

UNIVERSIDAD DEL SOL LEY 4263/11
DOUTORADO EM CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO

ANTÔNIO ROGÉRIO CHAVES DE SOUZA

**RECURSOS TECNOLÓGICOS EDUCATIVOS E A DIDÁTICA LÚDICA COMO
MEIOS COLABORATIVOS E FACILITADORES DO ENSINO E DA
APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NA SALA DE AULA DO ENSINO MÉDIO**

CIUDAD DEL ESTE - PARAGUAY

2023

ANTÔNIO ROGÉRIO CHAVES DE SOUZA

RECURSOS TECNOLÓGICOS EDUCATIVOS E A DIDÁTICA LÚDICA COMO MEIOS
COLABORATIVOS E FACILITADORES DO ENSINO E DA APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA NA SALA DE AULA DO ENSINO MÉDIO

Tese apresentada ao Curso de Doutorado em
Ciências da Educação apresentada à
Universidade Del Sol como requisito parcial
para a obtenção do título de Doutor em Ciências
da Educação.

Orientador (a): Prof. Dr. Antônio Wellington de
Souza Costa.

CIUDAD DEL ESTE – PARAGUAY

2023

SOUZA, Antônio Rogério Chaves de

RECURSOS TECNOLÓGICOS EDUCATIVOS E A DIDÁTICA LÚDICA
COMO MEIOS COLABORATIVOS E FACILITADORES DO ENSINO E
DA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NA SALA DE AULA DO
ENSINO MÉDIO

. (111) pg.

Tese (Doutorado en Ciencias de la Educación) – Universidad Del Sol, 2020.

Professor Orientador: Antônio Welligton de Souza Costa

UNIVERSIDAD DEL SOL

RECURSOS TECNOLÓGICOS EDUCATIVOS E ADIDÁTICA LÚDICA COMO MEIOS
COLABORATIVOS E FACILITADORES DO ENSINO E DA APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA NA SALA DE AULA DO ENSINO MÉDIO

ANTÔNIO ROGÉRIO CHAVES DE SOUZA

EXAMINADORES:

1- -----

2- -----

3- -----

CALIFICACION

Nº _____ Letras: _____

APROBADO EN: ____/ ____/ ____

Esse trabalho de pesquisa dedico aos meus pais, meus eternos alunos e professores, que durante toda minha vida foram inspiração de luta e de amor em defesa da equidade, inclusão social e qualidade Educacional na luta por justiça social.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, por completar essa jornada.

Agradeço aos meus pais Sebastião e Augusta, por serem referências para mim.

Agradeço a minha querida esposa Salete, pela compreensão nos momentos difíceis e pelo apoio incondicional nesta caminhada. Obrigado pelo companheirismo e pelo incentivo! Sem você ao meu lado, nada disso seria possível.

Dedico esse trabalho aos meus filhos Talita e Lucas, que são minha razão de viver.

Agradeço ao meu orientador, professor Dr. Antonio Wellington de Souza Costa, pelo respeito e pela atenção. Obrigado por me receber calorosamente e pelas contribuições e questionamentos nas orientações.

Agradeço ao núcleo gestor, aos professores e aos funcionários da escola Mariano Martins, que se mostraram colaboradores em todas as etapas desse trabalho.

Agradeço também aos alunos da Escola Mariano Martins, cuja disponibilidade vontade de colaborar foi indispensável, permitindo que eu, como pesquisador, conhecesse um pouco das vidas deles na Instituição e fora dela.

Agradeço a todos os colegas da turma de doutorado pela acolhida, pela amizade e pelo companheirismo.

Especialmente, agradeço ao meu colega Alexandre, com que convivi nestes últimos tempos e dividi momentos de angustias e de alegrias. Sou grato pelo apoio, pelos ensinamentos, pelo respeito mútuo, pela troca de experiências e pela amizade.

Enfim, agradeço a todos os amigos que, direta ou indiretamente, de perto ou de longe, contribuíram intelectualmente ou afetivamente para a realização deste trabalho. E como são tantos, deixo os nomes no anonimato, para que cada um se sinta importante, nem mais nem menos, igualmente importante para este processo.

RESUMO

A produção de artigos na área do ensino e da aprendizagem da Matemática vem insistentemente comunicando sobre as várias dificuldades enfrentadas pelo professor e pelo aluno no contexto da produção de soluções de problemas de matemática e problemas derivados de outras ciências que utilizam a matemática como ferramenta. Pesquisas têm demonstrado que no Ensino Médio há grande dificuldade na interpretação de questões de Biologia no ENEM, especificamente de genética, por haver a necessidade do uso da Probabilidade e da Análise Combinatória. Nesse sentido, o presente trabalho teve o objetivo de pesquisar e apresentar recursos e ferramentas TIs colaborativas na melhoria do ensino e da aprendizagem da Análise Combinatória e Probabilidade, ciências que são vastamente aplicadas em nosso cotidiano, principalmente em censos, estatísticas de tendência como também no ensino das Leis de Mendel no programa curricular da Biologia no Ensino Médio. Buscando alcançar o objetivo de colaborar de modo significativo no ensino e na aprendizagem da Análise Combinatória e Probabilidade apresentamos e discutimos no escopo do nosso trabalho os seguintes temas centrais: 1) As Tecnologias de Informação (TIs) no mundo atual no contexto da Educação; 2) O uso de materiais lúdicos colaborativos na melhoria do ensino e aprendizagem de Análise Combinatória e Probabilidade no Ensino Médio; 3) O uso dos softwares: *COMBINA* e *GEOGEBRA* como ferramentas TIs com a finalidade de melhorar o ensino e a aprendizagem da Análise Combinatória e Probabilidade no Ensino Médio, inclusive comunicando e explanando o contexto do ENEM. Finalmente um estudo de caso foi realizado nesse contexto com uma amostra de alunos do ensino médio da escola pública. Os resultados revelaram que a maioria dos alunos acha necessário a aquisição e uso de softwares educativos para auxiliar no ensino e na aprendizagem da análise combinatória e probabilidade.

Palavras-chave: Ensino, Matemática, Análise Combinatória, Probabilidade, Softwares educativos

RESUMEN

La producción de artículos en el área de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas viene comunicando con insistencia sobre las diversas dificultades que enfrenta el docente y el estudiante en el contexto de producir soluciones a problemas matemáticos y problemas derivados de otras ciencias que utilizan las matemáticas como herramienta. Las investigaciones han demostrado que en la escuela secundaria existe una gran dificultad para interpretar las preguntas de Biología en el ENEM, específicamente de genética, ya que existe la necesidad de utilizar el Análisis de Probabilidad y Combinatorio. En este sentido, el presente trabajo tuvo como objetivo investigar y presentar recursos y herramientas informáticas colaborativas para mejorar la enseñanza y el aprendizaje del Análisis Combinatorio y la Probabilidad, ciencias que son ampliamente aplicadas en nuestra vida cotidiana, principalmente en censos, estadística de tendencias así como en la enseñanza de las Leyes de Mendel en el currículo de Biología en el bachillerato. Buscando alcanzar el objetivo de colaborar significativamente en la enseñanza y aprendizaje del Análisis Combinatorio y la Probabilidad, presentamos y discutimos los siguientes temas centrales en el ámbito de nuestro trabajo: 1) Tecnologías de la Información (TI) en el mundo actual en el contexto de la Educación; 2) El uso de materiales lúdicos colaborativos para mejorar la enseñanza y el aprendizaje del Análisis Combinatorio y la Probabilidad en la Escuela Secundaria; 3) El uso del software: COMBINA y GEOGEBRA como herramientas informáticas para mejorar la enseñanza y el aprendizaje del Análisis Combinatorio y la Probabilidad en la Educación Secundaria, incluyendo la comunicación y explicación del contexto ENEM. Finalmente, se realizó un estudio de caso en este contexto con una muestra de estudiantes de secundaria pública. Los resultados revelaron que la mayoría de los estudiantes consideran necesario adquirir y utilizar software educativo para ayudar en la enseñanza y el aprendizaje del análisis combinatorio y la probabilidad.

Palabras clave: Enseñanza, Matemáticas, Análisis Combinatorio, Probabilidad, Software educativo

ABSTRACT

The production of articles in the area of teaching and learning Mathematics has been insistently communicating about the various difficulties faced by the teacher and the student in the context of producing solutions to mathematics problems and problems derived from other sciences that use mathematics as a tool. Research has shown that in high school there is great difficulty in interpreting Biology questions in the ENEM, specifically genetics, as there is a need to use Probability and Combinatorial Analysis. In this sense, the present work had the objective of researching and presenting collaborative IT resources and tools in improving the teaching and learning of Combinatorial Analysis and Probability, sciences that are widely applied in our daily lives, mainly in censuses, trend statistics as well as in the teaching of Mendel's Laws in the Biology curriculum in high school. Seeking to achieve the objective of significantly collaborating in the teaching and learning of Combinatorial Analysis and Probability, we present and discuss the following central themes in the scope of our work: 1) Information Technologies (ITs) in today's world in the context of Education; 2) The use of collaborative playful materials to improve teaching and learning of Combinatorial Analysis and Probability in High School; 3) The use of software: COMBINA and GEOGEBRA as IT tools in order to improve the teaching and learning of Combinatorial Analysis and Probability in High School, including communicating and explaining the ENEM context. Finally, a case study was carried out in this context with a sample of public high school students. The results revealed that most students find it necessary to acquire and use educational software to assist in teaching and learning combinatorial analysis and probability.

Keywords: Teaching, Mathematics, Combinatorial Analysis, Probability, Educational software.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	ODS - Objetivos do Desenvolvimento Sustentável.....	31
Figura 2 -	O app Corona 100m exibe dados detalhados dos casos do novo coronavírus.....	35
Figura 3 -	Aplicativo <i>TraceToghether</i>	36
Figura 4 -	David Culver, correspondente internacional da CNN, mostra seu QR Code de saúde em Xangai. A cor verde significa que ele está saudável e pode viajar.....	37
Figura 5 -	Um recorte da lista de Recursos da Coleção de mídias Análise Combinatória. Portal do professor.....	49
Figura 6 -	São 78 cartas no tarô. Quatro cartas retiradas do tarô quando a ordem é importante nessa tirada. Ilustrando o recurso “A cartomante”.....	53
Figura 7 -	O <i>Full- House</i> e o <i>Royal Flush</i> no Poker. Trinca de K com dois ases (A) e (C) trinca de valetes com dois noves (tipos de Full-House ou Full-Hand). (B) Royal Flush: sequência de 10 a “As” em um único naipe.....	55
Figura 8 -	A proporção 9:3:3:3:1 da 2ª Lei de Mendel. Variáveis: cor e textura das ervilhas.....	56
Figura 9 -	Um dado apresenta 6 diferentes faces: face 1, face 2, face 3, face 4, face 5 e face 6. Cada uma das diferentes faces pode ser representada numericamente pela fração $1/6$	57
Figura 10 -	Lançamento simultâneo de dois dados. Qual a chance de em um dado sair a face 5 e no outro dado sair a face 6?.....	57
Figura 11 -	Faces de uma moeda: CARA e COROA. Ordens de lançamento de duas moedas ao mesmo tempo: cara e coroa.....	58
Figura 12 -	A sequência CARA/CORA/CARA obtida pela imprevisibilidade no lançamento simultâneo de 3 moedas não viciadas.....	59
Figura 13 -	Demonstrando a proporção matemática da 1ª Lei de Mendel.....	60
Figura 14 -	O “Combina”.....	62
Figura 15 -	O “Combina”. Cálculo de Análise Combinatória. Combinação de 6, 3 a 3...	63
Figura 16 -	Total de combinações para $n=80$ e $p=4$. Calculado no COMBINA.....	65
Figura 15 -	Arranjo no COMBINA. Observe as janelas disponibilizadas para escrever o n e o p do seu problema.....	67

Figura 16 -	Materiais didáticos do Combina: Jogo Pentago; Sólidos de revolução definidos por 2; MDC geométrico e Superfícies Quádricas.....	68
Figura 17 -	Operações no Geogebra: Estatística, Aritmética, Geometria. Funções, Matemática, Álgebra, Trigonometria, Probabilidade e Cálculo.....	69
Figura 18 -	Panorama visível no site do GEOGEBRA. Escolhendo o assunto “probabilidade”.....	71
Figura 19 -	Os recursos “Círculos no triângulo”; “Jogo da Senha”; “PIPA IFmakeRS” e “Personalizando com um quebra-cabeça digital” no conteúdo probabilidade no GEOGEBRA.....	71
Figura 20 -	Janela virtual da opção “Probabilidade” e seus inúmeros programas.....	72
Figura 21 -	“Coinson board” do Luis Miguel López Herranz.....	73
Figura 22 -	Trabalhando com o OCoins <i>in board</i> do GEOGEBRA no presente trabalho. Números trabalhados: 12 e 50.....	74
Figura 23 -	“As Flores da D. Amélia”. Relação entre frequência absoluta das flores (evento) e sua apresentação gráfica em função dos ângulos que somam no total 360°.....	75
Figura 24 -	GEOGEBRA. O lançamento de um dado cúbico perfeito.....	76
Figura 25 -	Dinâmica do recurso TI “A Rifa”. GEOGEBRA. Conteúdo: Moda, Probabilidade, Estatística.....	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Sobre dificuldades com o conteúdo de probabilidades.....	78
Tabela 2 -	Sobre dificuldades no conteúdo de Análise Combinatória.....	79
Tabela 3 -	As questões de genética na Biologia que envolvem probabilidade são difíceis para você solucionar?.....	80
Tabela 4 -	Você tem aulas práticas do assunto probabilidade?.....	80
Tabela 5 -	Você tem aulas práticas do assunto Análise Combinatória?.....	81
Tabela 6 -	Você já experienciou algum software (estilo game) que auxilia a entender conteúdos de matemática?.....	82
Tabela 7 -	O seu professor já fez alguma atividade lúdica (brincando e ensinando com cartas de baralho, dados, moedas) para ensinar probabilidade e análise combinatória na sala de aula?.....	83
Tabela 8 -	Você acha que programas de softwares ou games que ensinam a aprender matemática são bons colaboradores junto ao professor para melhorar o aprendizado dos conteúdos de matemática?.....	83
Tabela 9 -	Sua escola tem sala de informática?.....	84
Tabela 10 -	Você gostaria que o seu professor orientasse o uso de softwares que ajudam a aprender probabilidade e Análise Combinatória?.....	85

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 -	Sobre dificuldades com o conteúdo de probabilidades.....	79
Gráfico 2 -	Sobre dificuldades no conteúdo de Análise Combinatória.....	79
Gráfico 3 -	As questões de genética na Biologia que envolvem probabilidade são difíceis para você solucionar?.....	80
Gráfico 4 -	Você tem aulas práticas do assunto probabilidade?.....	81
Gráfico 5 -	Você tem aulas práticas do assunto Análise Combinatória?.....	81
Gráfico 6 -	Você já experienciou algum software (estilo game) que auxilia a entender conteúdos de matemática?.....	82
Gráfico 7 -	O seu professor já fez alguma atividade lúdica (brincando e ensinando com cartas de baralho, dados, moedas) para ensinar probabilidade e análise combinatória na sala de aula?.....	83
Gráfico 8 -	Você acha que programas de softwares ou games que ensinam a aprender matemática são bons colaboradores junto ao professor para melhorar o aprendizado dos conteúdos de matemática?.....	84
Gráfico 9 -	Sua escola tem sala de informática?.....	84
Gráfico 10 -	Você gostaria que o seu professor orientasse o uso de softwares que ajudam a aprender probabilidade e Análise Combinatória?.....	85

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CNE	Conselho Nacional de Educação
EaD	Educação a distância
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
IPEA	Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada
LMS	Sistemas de Gerenciamento de Aprendizagem
MCT	Ministério da Ciência e Tecnologia
MCT	Ministério da Ciência e Tecnologia
MEC	Ministério da Educação
ODS	Objetivos de Desenvolvimento Sustentável
ONU	Organização das Nações Unidas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
TICs	Tecnologias de Informação e Comunicação
TIs	Tecnologias de Informação
UFC	Universidade Federal do Ceará
UFF	Universidade Federal Fluminense
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciências e a Cultura
UNICAMP	Universidade de Campinas

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	16
2	FERRAMENTAS DAS TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TICs) COLABORATIVAS NO CONFRONTO E NA BUSCA DE SOLUÇÕES PARA GRANDES PROBLEMAS SOCIAIS.....	25
2.1	Uma abordagem inicial sobre as TICs.....	25
2.2	A Agenda 2030, o Desenvolvimento Sustentável e a importância das TICs....	30
2.3	Uma abordagem sobre as TICs no enfrentamento da Covid19 de acordo com o IPEA 2020.....	34
2.4	Educação, Covid19 e TICs.....	37
3	FERRAMENTAS DIDÁTICAS LÚDICAS, SOFTWARES E PROGRAMAS TI COLABORATIVOS E FACILITADORES DO ENSINO E DA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA.....	43
3.1	Sobre a Matemática no Ensino Médio de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais.....	43
3.2	Aprendendo melhor Análise Combinatória e Probabilidade no Ensino Médio: utilizando ferramentas tecnológicas e criatividade lúdica na sala de aula.....	48
3.3	O Uso do Lúdico no Ensino da Probabilidade: jogando Poker e resolvendo Problemas de Genética Clássica.....	55
4	CONHECENDO E EXPERIENCIANDO RECURSOS TICs COLABORATIVOS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: O COMBINA E O GEOGEBRA.....	62
4.1	O Combina.....	62
4.2	O Geogebra.....	68
5	VERIFICANDO ENSINO E A APRENDIZAGEM DOS ASSUNTOS PROBABILIDADE E ANÁLISE COMBINATÓRIA NA MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO NA EEM MARIANO MARTINS.....	78
5.1	Materiais e Métodos.....	78
5.1.1	Materiais.....	78
5.1.2	Métodos.....	78
5.2	Discussão dos resultados.....	78
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	86

REFERÊNCIAS.....	89
APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DOS ASSUNTOS PROBABILIDADE E ANÁLISE COMBINATÓRIA NA MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO.....	91
APÊNDICE B - CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA PNC/MEC, 2020.....	92

1 INTRODUÇÃO

De acordo com a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciências e a Cultura - UNESCO (2020), no contexto da Covid 19, mais de 900 milhões de alunos ficaram fora da escola. Tal fato coloca o "direito à educação" para todos em grande risco. O fechamento de muitas escolas levou os governos e os empresários da Educação do mundo todo a adotar meios emergenciais no formato de ensino à distância utilizando inúmeros recursos remotos para ajudar crianças e adolescente a continuar aprendendo em qualquer lugar do mundo e a qualquer hora nesse momento sem precedentes da nossa história. Assim sendo, usar os softwares educacionais foi uma saída para esse problema.

Agora, muitas instituições educacionais estão utilizando essas ferramentas. Porém, como gerenciar esse formato de ensino e aprendizagem, já que todo o processo nessa circunstância é de caráter emergencial?

Muitos sites com programas de ensino remoto já estavam sendo utilizados, principalmente na China, Japão, Estados Unidos, Europa e Canadá. Assim, muitos sistemas de gerenciamento de aprendizagem já estavam disponíveis e foram otimizados para essa finalidade contextual da pandemia desses tempos.

Os Sistemas de Gerenciamento de Aprendizagem (LMS) oferecem aos professores maneiras de automatizar o gerenciamento, entrega e o rastreamento do conteúdo educacional. Dentre as ferramentas LMS mais populares estão o *Schoology Learning*, *Canvas* e o *Blackboard Learn*, quês estão disponíveis de forma gratuita no <https://www.schoology.com/>

O *Schoology Learning* prepara e planeja na aprendizagem virtual através de recursos para auxiliar a orientar o processo de planejamento para o fechamento de uma escola. No site há vídeos com tutoriais explicando todo o processo passo a passo. Alguns vídeos auxiliam o processo de engajamento do aluno nas aulas remotas usando muita criatividade na comunicação digital. Se você vai fazer videoconferência com seus alunos ou colegas da escola, o *Schoology Learning* gratuitamente disponibiliza um tutorial com inteligentes dicas para que haja uma reunião virtual bem-sucedida. Ainda, há dicas sobre muitas maneiras de se aumentar o envolvimento do aluno online.

Muitas formas de softwares estão disponíveis e têm acesso gratuito. Nesse contexto é relevante o propósito colaborativo dessas ferramentas. Dessa forma, na aprendizagem remota, um software colaborativo permite que alunos e professores trabalhem uns com os outros, facilitando todo o processo. Entretanto, as condições para o acesso a esses softwares é a chave

de todo o processo já que muitos alunos podem não possuir as ferramentas de software necessárias (como Adobe, Microsoft Office, etc.) em seus computadores.

Há muitos desafios no contexto do ensino remoto e, nesse sentido, executivos discutem que além da dificuldade de conduzir a adaptação de professores e alunos no ambiente remoto, um maior desafio para as instituições e empresas de ensino e, principalmente da adequação daquelas de pequeno e grande porte é a questão financeira. Há, nessa conjuntura atual, o fato incontestável da dificuldade econômica enfrentada pelo mundo no processo de distanciamento social que é necessário ao controle da pandemia enquanto a ciência pesquisa meios de controle por medicamentos e vacinas.

O fato é que devido à alta transmissibilidade da Covid19 e a ausência de medicamentos e vacina nesse enfrentamento, Universidades e escolas têm buscando soluções para dar continuidade ao ensino e manter professores, funcionários e alunos seguros dessa emergência. É indiscutível, nesse caso, que a instrução online vem permitindo uma flexibilidade de ensino e aprendizagem no ambiente da relação. Assim, a possibilidade de usar Tecnologias de Informação (TIs) no enfrentamento à Covid19 levou os governos de todo o mundo a desenvolverem mecanismos seguros de acesso à informação num contexto geral, incluindo a Educação (IPEA, 2020).

O uso das Tecnologias de Informação (TIs) na Educação tem sido alvo de muitas discussões filosóficas e pedagógicas em Universidades, governos e empresas educacionais. Muitos trabalhos têm sido realizados nesses últimos 20 anos nesse sentido, buscando a visibilidade da eficácia do ensino remoto frente às diferenças sociais e culturais dos alunos e professores que são os principais autores envolvidos nesse processo. Sobre isso, analisamos as seguintes considerações de Castiglione e Ferreira (2018):

Nos usos das TIC representados pelos jovens autores em seus desenhos, identifica-se a presença ubíqua das plataformas de redes sociais como artefatos já integradas no repertório de recursos que usam para a aprendizagem. Entretanto, ainda que não se possa qualificar os participantes da pesquisa como *passivos*, pois o processo de recepção é complexo e consiste em objeto de estudo e debate que escapam ao âmbito da pesquisa aqui relatada, as ações retratadas nas imagens sugerem que esses jovens parecem posicionar-se, predominantemente, como *receptores*. Os tipos de interação mostrados, bem como a ausência de representações de ações criativas e outras formas de engajamento produtivo no mundo, sinalizam uma concepção de aprender em termos de obtenção e retenção de informações. Nesse sentido, parecem remontar à reprodução de ações que apoiam as relações tradicionais da educação bancária fundamentada na pedagogia da transmissão. Assim, os dados revelam peculiaridades inconsistentes com uma concepção generalizadora da faixa etária em questão e, consequentemente, ressaltam a importância de estudos localizados, contextualizados, conforme defendido por Gourlay (2015). Ainda que as TIC tenham um papel de centralidade no processo formativo dos jovens, com impacto ainda pouco compreendido, podem muito bem não ser mais do que meios para a articulação de

aspectos culturais produzidos e compartilhados em contextos que possuem especificidades próprias. A empiria tratada não aponta para exemplos de usos inusitados de artefatos digitais, ou seja, usos que fujam a expectativas associadas mesmo a tecnologias anteriores às digitais (por exemplo, o livro impresso e o telefone). Pelo contrário: sugerem uma apropriação de tais artefatos mediada por elementos de uma cultura escolar mais tradicional e hierarquizada. Reiteram-se, assim, limites da utilidade da categoria *nativos digitais* e de expectativas prometeicas descontextualizadas do potencial transformador das TIC. (CASTIGLIONE; FERREIRA, 2018, s/p)

Lê-se aqui que Castiglione e Ferreira (2018) perceberam no trabalho de campo realizado por representação de impressões de uma amostra de jovens e adolescentes estudantes ocupando uma *posição passiva* no processo do ensino e da aprendizagem no estilo remoto, comparando essa passividade como o mesmo tipo de comportamento do aluno no ensino e na aprendizagem tradicional que se dá da sala de aula física.

Já Mauri Leodir Löbler, Monize Sâmara Visentini, Kathiane Benedetti Corso e Débora Luíza dos Santos (2010) em seu artigo intitulado “Acesso e uso da Tecnologia da Informação em escolas públicas e privadas de ensino médio: o impacto nos resultados do ENEM”, trazem as seguintes considerações para serem discutidas:

(...) percebe-se que a TI tem forte impacto sobre a educação, especificamente a do ensino médio, refletindo no desempenho dos alunos, o que pode ser mensurado e visualizado através da performance destes no ENEM. Constatou-se também que as escolas públicas com maior desempenho no ENEM possuem acesso à TI de maneira mais ampla e incentivam seus alunos ao uso da mesma, contrastando, significativamente, com as escolas públicas de menor desempenho. Ainda, evidenciou-se que as escolas de maior desempenho geral no Exame incentivam mais os seus alunos a utilizar a TI e oferecem recursos tecnológicos a fim de aproximar-se do seu grupo discente, como o site utilizado por uma das escolas. Após este estudo, conclui-se que urge possibilitar acesso à tecnologia aos estudantes de escolas públicas e discutir a importância desta ação durante a implementação deste processo. Isso quer dizer que não se deve esperar para verificar se dotar essas escolas, que atendem classes sócio-econômicas mais baixas, com mais tecnologia, vai efetivamente incluir digitalmente esses alunos, visto que essa tentativa pode contribuir para minimizar o abismo existente, relativo ao acesso à TI, nas escolas, como as apresentadas nesta pesquisa. Num mundo com poucas perspectivas para tantos, o acesso à internet, por exemplo, parece ser uma possibilidade de dar uma janela para o mundo a esses estudantes. Pode-se constatar também, que as escolas com infra-estrutura adequada e melhor uso dos ativos de TI nas atividades educacionais são as que apresentam maior desempenho no ENEM. (...) Salienta-se, que pouca diferença para o grau de informatização foi percebida entre as escolas de melhor desempenho, tanto a privada quanto as públicas. Em contrapartida observou-se grande discrepância entre as escolas públicas de maior (federais) e menor (estaduais) desempenho no ENEM. Cabe ressaltar que as escolas públicas de maior desempenho abordadas compartilham parte da estrutura de uma instituição federal de ensino superior, possuindo facilidades de acesso a recursos de TI quando comparadas com as escolas estaduais. (...) Assim, pode-se afirmar que a busca por melhorias no grau de informatização das escolas constitui-se em uma importante ferramenta para favorecer processos de aprendizagem, pelo incremento de qualidade tanto dos processos organizacionais quanto dos educacionais. Na verdade, levantou-se uma situação onde quem tem bom desempenho no ENEM, por n fatores positivos desde sua origem sócio econômica, também possui uma significativa diferença no acesso à TI e uso da mesma nas escolas.

Por outro lado também não se pode ficar discutindo se esse acesso vai aumentar o desempenho no ENEM ou qualquer outro tipo de prova ou teste, mas deve-se imediatamente melhorar o acesso por parte dos alunos que tem menos contato com a tecnologia dentro da escola. Reconhece-se como limitação do estudo o fato de o desempenho dos alunos ser presumido somente através da avaliação propiciada pelo ENEM. Destaca-se que os autores têm consciência de que é impossível avaliar impactos na educação somente a partir de uma única variável, entretanto a discussão proposta neste trabalho visa iniciar uma reflexão importante no âmbito da TI. Ainda, este estudo analisou uma única escola privada, o que pode ter contribuído para que algumas afirmativas não tenham sido significativas estatisticamente. Essas limitações, bem como o foco deste estudo, incitam a realização de pesquisas futuras, visto a importância de realizar trabalhos que busquem compreender melhor a dinâmica da aprendizagem através do uso de TI. Isso poderia contribuir na otimização dos recursos, frequentemente, escassos, como é o caso, das escolas públicas de menor porte. Uma das contribuições do estudo está em sinalizar a importância de investimentos em recursos públicos na área de TI para melhorar não só o desempenho organizacional, como o das atividades fins das escolas de ensino médio: a aprendizagem dos seus alunos. (LÖBLER; VISENTINI; CORSO; SANTOS, 2010, s/p)

Lê-se no referido trabalho de 2010, uma consideração positiva quanto ao uso da TIs no processo de ensino aprendizagem, fundamentalmente no quesito “vestibular”, que é o caso da seleção para entrada nas Universidades via ENEM. Observamos nesse artigo que as considerações desses autores apontam que os alunos de escolas públicas federais são os que têm um melhor acesso aos meios de Tecnologias de Informação e, por conseguinte, são estes os estudantes de escola pública que obtêm maior sucesso nas provas do ENEM no contexto das escolas particulares e escolas públicas, deixando visível que as TIs são importantes ferramentas colaborativas no ensino e na aprendizagem do Nível Médio e que o incentivo de Políticas Públicas voltadas para o incremento de TIs nas escolas públicas, principalmente nas escolas públicas estaduais, é meio colaborador e facilitador do ingresso de jovens estudantes de baixa renda nas Universidades.

No contexto do ensino e da aprendizagem da Matemática, nosso objeto de trabalho, a inserção da Covid19 no atual momento trouxe a visibilidade pelos noticiários de conceitos e modelos matemáticos nas discussões e comunicações sobre a pandemia. Nesse sentido, alguns especialistas expressaram sobre a dificuldade do público em entender e aplicar esses conceitos, ficando evidente para esses críticos da Educação que a maneira como se aprendeu a matemática na escola está muito longe do uso prático da matemática na vida real.

No seminário online (maio de 2020) intitulado "Como ensinar a matemática do futuro?" realizado pelo Instituto Sidarta e relativo a projetos e políticas no ensino da matemática foi discutido que a matemática que é ensinada nas escolas é a do século 19, e que esse fato cria um hiato na formação dos jovens em profissões que necessitam de conceitos e modelos modernos de matemática na compreensão do mundo moderno que está em nossa volta. Nesse contexto, foi discutido que as ferramentas matemáticas como estatística e probabilidades são essenciais

para que se possa entender o comportamento do novo coronavírus e o impacto das medidas de prevenção. Tais fatos implicam em uma necessidade de promoção de mudanças e adoção da nova Base Nacional Curricular Comum, documento que traçou novas diretrizes para o ensino público e privado do país (G1 GLOBO, 2020).

Ao se falar em estatística e probabilidades é sabido que essas ferramentas são usadas em inúmeros vieses do cotidiano dos cidadãos, como na economia, na meteorologia, em padrões de Saúde Pública e outros importantes contextos sociais.

Em adição, a Análise Combinatória é outra relevante ferramenta e de igual importância já que é fundamental como base da Ciência da Computação e da Tecnologia da Informação. Dessa forma, a alfabetização matemática é a pedra fundamental na construção do conhecimento dessas ferramentas matemáticas que chegam até a nosso ambiente por distintas maneiras como é o caso da ocorrência inusitada da pandemia atual.

Interessantemente, segundo a G1 GLOBO (2020), no seminário online "Como ensinar a matemática do futuro?" realizado pelo Instituto Sidarta em maio de 2020 foi discutida a importância de matemáticos e professores pensarem em maneiras de integrar o ensino da matemática a outros temas relevantes para o século 21, como a sustentabilidade, as mudanças climáticas e o engajamento eleitoral. Esse foi um tema que recebeu a denominação de "matemática para o século 21" e está vinculado a "Agenda 2030" da ONU que discutimos na seção 2 do presente trabalho.

Nesse sentido, melhorar o ensino da matemática com o uso de Tecnologias de Informação (TIs) no formato colaborativo e que tenha por meta principal a promoção da melhoria e da eficácia do ensino e da aprendizagem da matemática no mundo atual é prática que pode projetar a matemática do futuro, entendendo que, com os acontecimentos atuais, como a pandemia pela Covid19 já se instaurou um futuro no agora.

Carneiro e Brancaglione (2014) em seu artigo "A utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas aulas de Matemática: Limites e possibilidades" (2014) tecem as seguintes considerações:

(...) as tecnologias possibilitam que os estudantes, principalmente aqueles de classes econômicas menos favorecidas, tenham contato e aprendam a manusear essas ferramentas que fazem parte de diferentes âmbitos da sociedade, colaborando para a constituição de cidadãos. Além disso, da escola é a responsabilidade de minimizar a exclusão digital que pode ocorrer devido à falta de conhecimentos das TIC pelos alunos. Também as tecnologias permitem despertar nos estudantes o interesse e a motivação para aprender matemática, podendo auxiliar a desfazer a imagem dessa disciplina como apenas memorização de fórmulas, algoritmos e procedimentos que são aplicados de forma mecânica. Ainda, elas podem auxiliar e facilitar a compreensão dos conteúdos matemáticos e desenvolver a imaginação e a criatividade. (...) as TIC

podem ser vistas, nas primeiras experiências dos alunos, como entretenimento e diversão e, esse fato pode fazer com que os objetivos predeterminados pelo docente não sejam alcançados. Isso pode ocorrer devido a ser um ambiente no qual os estudantes não estão familiarizados e manuseando um software ou a Internet que contém imagens, sons, animações que podem desviar a atenção dos conteúdos matemáticos. A partir do exposto, percebemos que a relação dos professores com as tecnologias está ainda muito pautada em práticas que buscam controlar e evitar imprevistos nas aulas, além de apresentar aspectos do ensino convencional em que o docente transmite informações e os alunos as recebem de forma passiva. (...) Os relatos dos professores apontaram que eles buscam inserir algum tipo de tecnologia em suas aulas, mas parece estarem em um movimento inicial de tatear, testar, experimentar e explorar, ou seja, eles estão ainda caminhando pela zona de conforto e poderão chegar à zona de risco. Esse movimento de sair da zona de conforto para caminhar pela zona de risco não é um processo fácil e demanda apoio e segurança para enfrentar os desafios que essa prática impõe (...) questionamos: o curso de Licenciatura em Matemática tem contribuído para que professor use as TIC em suas aulas? (...) pelo exposto, apenas as disciplinas, apesar de ser um grande avanço, não são suficientes para que essa prática seja efetiva no sentido de explorar as potencialidades das TIC. É preciso haver também mudanças na forma como essas disciplinas são desenvolvidas, pois é necessário formar os professores da mesma forma que se espera que eles atuem (...) (CARNEIRO; BRANCAGLION, 2014, s/p)

As considerações de Carneiro e Brancaglioni (2014) trazem em seu escopo duas importantes constatações: a possibilidade da diminuição da exclusão digital pela integração do aluno nos conteúdos de matemática com o auxílio das Tecnologias de Informação e Comunicação e a discussão sobre a formação dos professores licenciados em Matemática, que devem alcançar durante a sua formação uma *práxis* de uso das ferramentas dessas tecnológicas e fusioná-las aos conceitos e modelos matemáticos de forma a desenvolver meios de melhorar o ensino e a aprendizagem dos seus alunos pelo uso dessas ferramentas. Não obstante, o Estado necessita investir na Educação de forma a discutir, fomentar e promover meios ou recursos de inclusão digital, reformando os conteúdos de formação dos professores e os conteúdos programáticos do ensino da matemática que deve olhar para o futuro que já chegou.

Em nosso trabalho apresentamos modelos de softwares usados no ensino e na aprendizagem da Análise Combinatória e na Probabilidade, que são ferramentas matemáticas indispensáveis à compreensão e a percepção do mundo, fundamentalmente do mundo do agora e do futuro que já se mostra. Os alunos do Ensino Médio, que lograrão suas vagas em Universidades e exercerão funções essenciais na sociedade, necessitam aprender e manusear essas ferramentas matemáticas não somente na forma conceitual e de modelos matemáticos, mas fundamentalmente na concepção do seu uso como meio de melhoria de suas vidas e das vidas dos cidadãos do seu entorno.

Finalmente, no presente trabalho estão comunicados e apresentados interessantes modelos de softwares utilizados no ensino e na aprendizagem da Análise Combinatória e na

Probabilidade, sendo estas ferramentas matemáticas indispensáveis à compreensão e a percepção do mundo, fundamentalmente do mundo do agora e do futuro que já se mostra.

Os alunos do Ensino Médio que lograrem suas vagas em Universidades e exercerão funções essenciais na sociedade, necessitam aprender e manusear essas ferramentas matemáticas não somente na forma conceitual e de modelos matemáticos, mas fundamentalmente na concepção do seu uso como meio de melhoria de suas vidas e das vidas dos cidadãos do seu entorno.

Dessa forma, o presente trabalho de Tese foi assim estruturado: a seção 1 traz a introdução, a seção 2 traz inicialmente uma abordagem conceitual e coloquial sobre as Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) na compreensão e discussão de autores como McLuhan (1964); Naisbitt e Aburdene (1990); Virilio (1995); Castells (1999); Peaucelle (1999); Lévy (2009); Teixeira (2002); Gonçalves (2002); Oliveira (2000); Schawarzel Muller (2005); Lefor (2008); Castiglione (2018); Beluzzo, 2019.

Adiante, o texto evolui no sentido de contemplar questões como inclusão social, inclusão digital, criação de políticas públicas de inclusão digital relacionando tais questões a “Agenda 2030” que contempla em seu escopo: qualidade de vida, diminuição da pobreza, qualidade de ensino, ensino como direito de todos e a relação destas questões como as Tecnologias de Informação e Comunicação. Além desse formato de abordagem das TICs, também há no contexto da seção 2 uma chamada relativa ao momento no qual está inserida atualmente a sociedade humana no que se refere ao seio de uma pandemia causada por um vírus novo, desconhecido, que induziu um isolamento social e que por consequência colocou o mundo em xeque em questões sociais importantes como economia, saúde e educação em tempos de pandemia e isolamento entre as pessoas no mundo globalizado. A seção foi desenvolvida por revisões de literatura na forma de artigos e consultas a sites de tecnologia de informação e a sites do governo do Brasil e da ONU em datas que variam de 2014 a 2020.

Na seção 3 foi desenvolvida uma revisão sobre Análise Combinatória e Probabilidade no Ensino Médio de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais a partir de pesquisa realizada no site do governo do Brasil, no contexto da Educação (Ministério da Educação). A partir desse acesso inserimos de forma mais sucinta nesse capítulo as finalidades do ensino de Matemática no nível médio e de acordo com os PCN/MEC (2020). Também foram discutidas as competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática de acordo com os PCN/MEC (2020).

No decorrer da seção 3, a partir da revisão sobre as finalidades do ensino da matemática via PCN/MEC, inicia-se uma discussão acerca do uso das TICs como meio colaborador e

facilitador do Ensino e da Aprendizagem da Análise Combinatória e Probabilidade no Ensino Médio. Para isso, foi realizada uma busca no site Professor, no site do MEC sobre recursos ou programas que usam softwares voltados para a facilitação do Ensino e da Aprendizagem da Análise Combinatória e Probabilidade no Ensino Médio.

Um número considerável de recursos remotos está disponibilizado e o acesso é gratuito nesse site. Entretanto, o aluno e/ou o professor necessitam instalar em seus computadores softwares como o Adobe flash entre outros, para ter acesso a esses recursos. Nesse capítulo fizemos um recorte e destacamos um fragmento da lista de Recursos da Coleção de mídias Análise Combinatória no Portal do professor do site do MEC, 2020. Nesse recorte, exploramos o recurso denominado “A Cartomante” explicando passo a passo esse recurso e também apresentado no modo conceitual e nos modelos matemáticos por regras e formulas da Análise Combinatória.

Em adição, apresentamos na referida seção um item denominado de “O Uso do Lúdico no Ensino da Probabilidade: jogando Poker e resolvendo Problemas de Genética Clássica”. A intenção é apresentar o conceito e as fórmulas usadas em probabilidade para solucionar problemas e demonstrar como a probabilidade é importante para compreender os mecanismos da hereditariedade demonstrando a 1ª Lei de Mendel e resolvendo problemas relativos, inclusive no estilo do ENEM.

Complementando, o ensino da Análise Combinatória e Probabilidade, As TICs são apresentadas como recursos colaborativos e facilitadores do ensino e da aprendizagem da matemática probabilística, relevante significação no mundo atual e dialogando com os objetivos do ensino da matemática segundo os PCN/MEC. Assim sendo, ao longo da seção 3 referida apresentamos a Análise Combinatória e Probabilidade como ferramentas matemáticas que podem auxiliam a solucionar diversos problemas dialogando com outras Ciências como é o caso da Genética no ensino da Biologia.

Na seção 4 foram comunicados e apresentados 2 interessantes softwares selecionados na pesquisa sobre programas TIs voltados para o ensino da matemática - o COMBINA (Análise combinatória) e o GEOGEBRA (Probabilidade e Estatística) - tendo a aprendizagem de Análise Combinatória e Probabilidade como foco principal. Como baixar, interpretar e utilizar ambos os programas, foram verbos discutidos também na referida seção 4.

Finalmente, na seção 5 do presente trabalho os alunos do Ensino Médio da EEM Mariano Martins experienciaram em sala de aula física os softwares “A Cartomante” e o GEOGEBRA sob a orientação do professor de matemática. A ideia metodológica é que os alunos usassem o laboratório de informática da escola e, em grupos no formato de equipe

resolvessem problemas de matemática e de genética que utilizam as ciências probabilísticas. No final dessa experiência foi aplicado um questionário ara os alunos e outro dirigido ao professor (questionário aberto) para que se tivesse um diagnóstico local da usualidade e eficiência de ambos softwares. Os resultados foram expressos em tabelas e gráficos com o uso do Excel. Uma análise correlativa foi realizada entre os softwares e a colaboração dessas ferramentas como meios facilitadores de resolução de questões de genética usando a 1ª Lei de Mendel.

2 FERRAMENTAS DAS TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TICs) COLABORATIVAS NO CONFRONTO E NA BUSCA DE SOLUÇÕES PARA GRANDES PROBLEMAS SOCIAIS

2.1 Uma abordagem inicial sobre as TICs

As tecnologias de informação e comunicação (TICs) trazem em seu bojo um modelo de ciência que provocou muitas mudanças no modo de pensar da sociedade humana de forma que a percepção do mundo teve um grande impulso em inovações nos setores econômico, na saúde, na cultura e na educação.

A utilização das TICs pode e está sendo convertida em uma ferramenta de grande contribuição aos povos de todas as nações, no sentido de fomentar a democratização, colaborando para que os governos estejam mais voltados para processos de inclusão e, por conseguinte, da diminuição das desigualdades sociais. Nesse sentido, TICs e Internet são ferramentas capazes de promover uma variedade de soluções para a demanda de problemas dos cidadãos do mundo.

As TICs, também são vistas como ferramentas que podem promover a criação de novas formas de aperfeiçoamento da gestão de serviços, fundamentalmente do serviço público através da melhor fiscalização e coordenação, favorecendo cidadãos em setores que mais lhes são necessários: habitação, saúde e educação.

De acordo com Naisbitt e Aburdene (1990), a informação é um recurso essencial na sociedade moderna, tendo grande relevância na atividade econômica. De acordo com esses autores “O recurso estratégico da sociedade atual é a informação”.

Já de acordo com Castells (1999), uma revolução tecnológica pautada nas tecnologias de informação desenha um novo modelo de sociedade nos vieses sociológicos, culturais e educacionais.

Ainda, Castells (1999) discute sobre um novo paradigma das tecnologias de informação:

As tecnologias de informação se desenvolveram para atuarem na própria informação como sendo sua própria matéria prima. As novas tecnologias de informação apresentam uma alta penetrabilidade em todos os aspectos da nossa vida. Há o predomínio de lógica de rede que, devido às novas tecnologias, pode ser implementada em qualquer tipo de processo. Há uma grande flexibilidade em seu uso, favorecendo processos reversíveis como também permitindo modificação por reorganização de componentes que possuem alta capacidade de reconfiguração. Há a possibilidade de uma crescente convergência de tecnologias específicas em um sistema altamente integrado, pois, as trajetórias tecnológicas da microeletrônica, das

telecomunicações, da óptica eletrônica e seus ordenadores estão de forma integrada no sistema de informação. (CASTELLS, 1999, p.34)

Já segundo Peaucelle (1999), é fundamental avaliar os formatos pela que as informações estão sendo produzidas nos sistemas e o impacto que estas informações representam no cotidiano do usuário de forma que deva ser estabelecida uma relação entre o conceito de qualidade dos sistemas e a qualidade da informação.

As tecnologias de informação e comunicação no mundo globalizado promoveram um grande impulso na economia do mundo inteiro. Assim, constantes modificações do mercado de consumo tiveram como exigência a utilização de novas tecnologias e um dinamismo nas políticas públicas de inclusão digital. Dessa forma, é de grande necessidade que órgãos públicos sejam subsidiados no desenvolvimento de políticas de utilização da Internet de forma a democratizar a informação.

Nesse sentido, os *Web sites* e seus aplicativos devem ser disponibilizados de forma adaptável aos usuários e também distintos mecanismos de comunicação devem ser estabelecidos e ofertados aos cidadãos de modo inclusivo. Isso aponta para a urgente necessidade de uma robusta produção de programas de “inclusão digital” que deve ser elaborado pelos governos, principalmente pelos governos sul-americanos, onde é alta a incidência de exclusão digital.

Há grandes barreiras educacionais (analfabetismo digital) que dificultam a interação entre o usuário e as TICs. É imprescindível que no processo de crescimento e desenvolvimento dos povos modernos ocorra a democratização da Internet. Para isso, a prática da implantação de terminais de acesso gratuito nos mais diversos locais das cidades como shoppings populares, agências dos correios, repartições públicas, praças públicas, escolas públicas e outros locais estratégicos é de urgente necessidade.

No Brasil, um país com grandes desigualdades sociais, ainda constam como muito altos os índices de analfabetos funcionais e tecnológicos. Soma-se a essa realidade a questão econômica do poder de compra de celulares e computadores, como também a questão da instalação da internet, um serviço muito caro para a maioria dos brasileiros. Na zona rural, a situação é muito mais complicada, devido à ausência de sinal de internet associado ao problema da questão econômica da baixa renda da maioria da população rural. Esse panorama é um efeito complicador do uso da tecnologia de informação e comunicação na educação de muitas crianças e jovens adolescentes brasileiros, como também de muitos estudantes sul-americanos, colocando esses alunos numa situação de grande desvantagem em relação a outros estudantes que têm acesso as TICs e a Internet. Nessa discussão visualizamos a urgente necessidade de as

massas menos privilegiadas terem acesso às tecnologias de informação e comunicação e a Internet, ferramenta pela qual o acesso à informação torna-se uma realidade.

De acordo com Teixeira (2002), em seu artigo *A pobreza digital e as relações de poder* “o poder não é um objeto natural e sim uma prática social constituída historicamente”. Para Teixeira (2002), somente políticas públicas inclusivas implementadas por governos democráticos têm o poder de conferir mudanças significativas no contexto da diminuição das desigualdades sociais frente ao progresso veloz das tecnologias de informação e comunicação. Nesse sentido, Teixeira (2002) diz:

O que importa é utilizar as tecnologias de modo que se democratizem o poder e a riqueza e o desafio maior é construir um consenso em torno da ideia/força de colocar as tecnologias a serviço do desenvolvimento humano. (TEIXEIRA, 2002, s/p)

De acordo com Gonçalves (2002), é preciso que haja uma reflexão sobre os modos de inclusão digital, pois, o problema principal são as barreiras sociais, fundamentalmente as barreiras educacionais no acesso à rede. O autor faz referência aos governos e ao desenvolvimento de inteligentes e eficazes políticas de utilização da Internet de forma a instruir o aperfeiçoamento do uso das tecnologias de informação.

Segundo Castells (1999), o novo paradigma das tecnologias de informação segue dessa forma:

A informação é a matéria prima: as tecnologias são desenvolvidas para atuarem sobre a informação propriamente dita em contraposto as revoluções tecnológicas prévias quando o objetivo é utilizar a informação para atuar sobre as tecnologias, criando novos instrumentos e os adaptando a novos usos. Os efeitos das novas tecnologias têm um alto grau de penetrabilidade em todos os aspectos de nossa existência. A predominância da lógica devido às novas tecnologias pode ser implementada em qualquer tipo de processo. A flexibilidade, onde as novas tecnologias favorecem processos reversíveis, permite a modificação pela reorganização de componentes com alta capacidade de reconfiguração. Uma crescente convergência das tecnologias específicas em um sistema altamente integrado: as trajetórias tecnológicas da microeletrônica, as telecomunicações, não se configuram de forma separada e sim de forma integralizada em sistemas de informação. (CASTELLS, 1999, s/p)

Ainda citando Castells (1999):

A Revolução das tecnologias de Informação não foi determinada por uma necessidade social e sim pela necessidade da reestruturação do sistema capitalista frente a problemáticas das crises de várias naturezas e essa necessidade sendo esta revolução induzida pela tecnologia. Nos anos de 1880, o capitalismo iniciou o seu processo de reestruturação econômica e organizacional onde as tecnologias de informação tiveram um papel crucial. (CASTELLS, 1999, s/p)

Ainda nesse sentido, Lefor (2008) fala sobre as TICs e os vieses políticos como se segue:

A sociedade que tem acesso às tantas ferramentas das novas tecnologias, em si mesma possibilita o desenvolvimento da construção de uma democracia como forma de

sociedade. Em adição a essas observações sabe-se que as tecnologias de informação e comunicação levam a sociedade a um processo de transformação onde indivíduos e coletividades mobilizam-se pelo uso das técnicas e procedimentos da informação tecnológica tanto em âmbito nacional quanto internacional. A tecnologia da informação fomentou a criação de novas alternativas para o Estado cumprir e desempenhar as suas funções com maior eficiência. Assim, novos canais de provisão de serviços foram criados, sem que ocorresse a substituição dos meios tradicionais. Novas possibilidades foram impulsionadas dentro das relações intra e intergovernamentais e entre Estado e cidadão. Estas possibilidades foram promovidas pela inserção da TI de forma a induzir novas formas de pensamento do escopo das políticas governamentais proporcionando perspectivas de mudança no âmbito do Estado. (LEFOR, 2008, s/p)

Já nos anos 60, McLuhan (1964) foi um pioneiro no que diz respeito a uma chamada de atenção sobre a importância de entender que “o meio é a mensagem”, também atentou para os aspectos das transformações que estavam ocorrendo no mundo devido ao avanço das tecnologias da comunicação:

O conflito último entre a visão e o som, entre as formas escritas e orais de percepção e organização da existência, está ocorrendo agora. Uma vez que a compreensão paralisa a ação, como observou Nietzsche, podemos moderar a rudeza desse conflito pela compreensão dos meios que nos prolongam o que provocam essas guerras dentro de nós. (MCLUHAN, 1964, s/p)

Nesse contexto, de acordo com Lévy (2009):

Há uma transformação profunda da noção de cultura. São diversas e distintas as questões e elementos focalizados no assunto “Internet”. Destaca-se o uso dos meios avançados na educação formal, o surgimento notável de um setor voltado à educação informal, os fatores culturais intimamente relacionados com a sociabilidade, ou seja, com as relações interpessoais o que, por sua vez, extrapolam para o campo das relações comunitárias e outras. (LÉVY, 2009, s/p)

Já Virilio (1995) contribui afirmando que:

Na realidade virtual é como se a natureza física fosse reduzida a nada. A Internet veio para moldar ou mesmo modificar a sociedade no desenrolar da sua história, ela de fato, tem estabelecido novos modelos de comportamentos que passam pelas relações sociais estruturadas nos processos educacionais, culturais, éticos e estéticos. (VIRILIO, 1995, s/p)

Continuando nesse contexto, Oliveira (2000) afirma que:

Numa sociedade globalizada em meio a um novo habitat baseado em comunicação, informação, conhecimento e aprendizagem a função da disseminação da informação torna-se ímpar para a construção do pensamento e do cidadão como pensador. (OLIVEIRA, 2000, s/p)

Já segundo Schawarzel Muller (2005), e no contexto da inclusão acrescenta que:

É necessário um desenvolvimento contínuo e sustentável, visando a melhoria da qualidade de vida de todos, pela redução significativa das desigualdades sociais. A apropriação crítica, com utilidade social, passa pela questão da informação para a cidadania, que visa à criação de conteúdos de utilidade pública como segurança, saúde e educação, cuja disponibilidade facilitará a interação entre o cidadão e o Estado, com efeitos impactantes na qualidade do serviço prestado e consequente melhoria na qualidade de vida. (MULLER, 2005, s/p)

A inclusão digital no Brasil tem seu viés fundamentalista nas necessidades cidadãos de desenvolver habilidades de manuseio das novas ferramentas tecnológicas tendo como meta um espaço no mercado de trabalho. Entretanto, há a necessidade de que o cidadão perceba que o uso das novas tecnologias pode lhe proporcionar muitas informações e que ele pode e deve apropriar-se dessas informações no sentido de que possa participar da gênese de meios de melhoria de qualidade de sua vida, tendo acesso à educação, saúde e habitação e de dignidade por consequência (OLIVEIRA, 2000).

Assim, segue a fala de Oliveira (2000):

Numa sociedade globalizada em meio a um novo habitat baseado em comunicação, informação, conhecimento e aprendizagem a função da disseminação da informação torna-se ímpar para a construção do pensamento e do cidadão como pensador. As novas tecnologias da informação e comunicação trouxeram a possibilidade de democratização e universalização da informação com grande potencialidade para minimizar a exclusão social, embora em contraposto tenham produzido, nos países não desenvolvidos, um novo tipo de exclusão - a digital. (OLIVEIRA, 2000, s/p)

Nesse sentido, Schawarzel Muller (2005) cita as ações para a inclusão digital:

A promoção da competência informacional que deve começar na escola fundamental, o que amplia a oportunidade aos jovens brasileiros de se tornarem cidadãos incluídos na sociedade da informação; A ampliação dos serviços universais para a cidadania através de portais eletrônicos governamentais (*e-gov*); O desenvolvimento de conteúdos locais trazendo linguagem, temas e discussões dos problemas regionais; Investir em políticas públicas de informação governamental para provir respostas e delinear soluções para questões ou problemas sociais nacionais, a partir de dados da *web*, que os órgãos governamentais colhem, gera e publica e, que devam estar disponíveis para qualquer cidadão; Educação de qualidade para a superação de problemas quando a tecnologia e os materiais devam estar disponíveis nas escolas em prol do processo de ensino-aprendizagem e da inclusão é da cidadania; A escola pública deve incluir em seus currículos conteúdos para obtenção da competência informacional e da inclusão digital e usar a Internet de modo contextualizado contribuirá para a formação de cidadãos críticos e reflexivos. (MULLER, 2005, s/p)

Quanto aos discursos acerca das tecnologias da informação e comunicação (TIC) na educação, Giselle Martins dos Santos Ferreira e Rafael Guilherme Mourão Castiglione (2018), em seu artigo “TIC na Educação: ambientes pessoais de aprendizagem nas perspectivas e práticas de jovens” afirmam que:

esses discursos refletem concepções da tecnologia geralmente posicionadas em um de dois extremos identificados por Rüdiger (2011): por um lado, visões ditas prometeicas, exageradamente otimistas, que elevam a tecnologia ao status de caminho para a redenção do humano; por outro, visões fáusticas, que nos alertam sobre os perigos da desumanização por ela causada. Assim, na literatura da área das TIC na educação, opõem-se discursos prescritivos, fundamentados em uma espécie de fascínio pelas possibilidades da tecnologia, e discursos denunciatórios da precarização da educação e da desvalorização, em particular, do trabalho docente. (FERREIRA; CASTIGLIONE, 2018, s/p)

A fala dos autores acerta desse discurso polarizado converge para o que foi dito anteriormente quanto à necessidade de inclusão digital e de ações governamentais para o estabelecimento de políticas públicas voltadas para a diminuição das diferenças sociais profundas em países com o Brasil, onde o processo democratização do conhecimento e das tecnologias de informação e comunicação como inclusive a Internet, meio de propagação dessas ferramentas possa ser uma realidade.

2.2 A Agenda 2030, o Desenvolvimento Sustentável e a importância das TICs

A “Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável” é uma ação dos países que se comprometeram a tomar medidas transformadoras para promover o desenvolvimento sustentável nos próximos 15 anos de um modo globalizado e democrático. O documento consiste num plano de ação para as pessoas, o planeta e a prosperidade, que busca fortalecer a paz universal. Esse plano indica 17 ODS (Objetivos de Desenvolvimento Sustentável) com suas metas voltadas para a erradicação da pobreza e promoção de melhor qualidade de vida digna para todos os povos no hoje e no futuro (ONU, 2016).

A gênese do trabalho da *Agenda 2030* ocorreu em um documento adotado na Assembleia Geral da ONU no ano de 2015, intitulado: “Transformando Nosso Mundo: a Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável”. Nesse documento há um plano de ação para todas as pessoas e o planeta o qual foi coletivamente criado para colocar o mundo em um caminho mais sustentável e resiliente até 2030 (ONU, 2016).

De acordo com a ONU (2016), a *Agenda 2030* consiste em uma Declaração com 17 ODS e suas 169 metas em uma seção sobre meios de implementação e de parcerias globais como se segue (figura 1):

Figura 1 - ODS - Objetivos do Desenvolvimento Sustentável



Fonte: ONU, 2019. Imagens Google.

Nesse sentido, segue o recorte documento da Agenda 2030 (ONU, 2019):

Os 17 Objetivos são integrados e indivisíveis, e mesclam, de forma equilibrada, as três dimensões do desenvolvimento sustentável: a econômica, a social e a ambiental. São como uma lista de tarefas a serem cumpridas pelos governos, a sociedade civil, o setor privado e todos cidadãos na jornada coletiva para um 2030 sustentável. Nos próximos anos de implementação da Agenda 2030, os ODS e suas metas irão estimular e apoiar ações em áreas de importância crucial para a humanidade: Pessoas, Planeta, Prosperidade, Paz e Parcerias (ONU, 2016).

Entre os ODS destacamos as ODS 1, 4 e 10 e suas respectivas metas que estão mais diretamente relacionados tema do presente trabalho de Tese:

ODS 1. Objetivo 1. Acabar com a pobreza em todas as suas formas, em todos os lugares.

1.1 Até 2030, erradicar a pobreza extrema para todas as pessoas em todos os lugares, atualmente medida como pessoas vivendo com menos de US\$ 1,90 por dia.

1.2 Até 2030, reduzir pelo menos à metade a proporção de homens, mulheres e crianças, de todas as idades, que vivem na pobreza, em todas as suas dimensões, de acordo com as definições nacionais.

1.3 Implementar, em nível nacional, medidas e sistemas de proteção social adequados, para todos, incluindo pisos, e até 2030 atingir a cobertura substancial dos pobres e vulneráveis.

1.4 Até 2030, garantir que todos os homens e mulheres, particularmente os pobres e vulneráveis, tenham direitos iguais aos recursos econômicos, bem como o acesso a serviços básicos, propriedade e controle sobre a terra e outras formas de propriedade, herança, recursos naturais, novas tecnologias apropriadas e serviços financeiros, incluindo microfinanças.

1.5 Até 2030, construir a resiliência dos pobres e daqueles em situação de vulnerabilidade, e reduzir a exposição e vulnerabilidade destes a eventos extremos

relacionados com o clima e outros choques e desastres econômicos, sociais e ambientais.

1.a Garantir uma mobilização significativa de recursos a partir de uma variedade de fontes, inclusive por meio do reforço da cooperação para o desenvolvimento, para proporcionar meios adequados e previsíveis para que os países em desenvolvimento, em particular os países menos desenvolvidos, implementem programas e políticas para acabar com a pobreza em todas as suas dimensões.

1.b Criar marcos políticos sólidos em níveis nacional, regional e internacional, com base em estratégias de desenvolvimento a favor dos pobres e sensíveis a gênero, para apoiar investimentos acelerados nas ações de erradicação da pobreza.

ODS 4. Objetivo 4. Educação de Qualidade. Assegurar a educação inclusiva e equitativa de qualidade, e promover oportunidades de aprendizagem ao longo da vida para todos.

4.c Até 2030, substancialmente aumentar o contingente de professores qualificados, inclusive por meio da cooperação internacional para a formação de professores, nos países em desenvolvimento, especialmente os países de menor desenvolvimento relativo e pequenos Estados insulares em desenvolvimento.

4.b Até 2020 substancialmente ampliar globalmente o número de bolsas de estudo disponíveis para os países em desenvolvimento, em particular, os países de menor desenvolvimento relativo, pequenos Estados insulares em desenvolvimento e os países africanos, para o ensino superior, incluindo programas de formação profissional, de tecnologia da informação e da comunicação, programas técnicos, de engenharia e científicos em países desenvolvidos e outros países em desenvolvimento.

4.a Construir e melhorar instalações físicas para educação, apropriadas para crianças e sensíveis às deficiências e ao gênero e que proporcionem ambientes de aprendizagem seguros, não violentos, inclusivos e eficazes para todos.

4.7 Até 2030, garantir que todos os alunos adquiram conhecimentos e habilidades necessárias para promover o desenvolvimento sustentável, inclusive, entre outros, por meio da educação para o desenvolvimento sustentável e estilos de vida sustentáveis, direitos humanos, igualdade de gênero, promoção de uma cultura de paz e não-violência, cidadania global, e valorização da diversidade cultural e da contribuição da cultura para o desenvolvimento sustentável.

4.6 Até 2030, garantir que todos os jovens e uma substancial proporção dos adultos, homens e mulheres, estejam alfabetizados e tenham adquirido o conhecimento básico de matemática.

4.5 Até 2030, eliminar as disparidades de gênero na educação e garantir a igualdade de acesso a todos os níveis de educação e formação profissional para os mais vulneráveis, incluindo as pessoas com deficiência, povos indígenas e as crianças em situação de vulnerabilidade.

4.4 Até 2030, aumentar substancialmente o número de jovens e adultos que tenham habilidades relevantes, inclusive competências técnicas e profissionais, para emprego, trabalho decente e empreendedorismo.

4.3 Até 2030, assegurar a igualdade de acesso para todos os homens e mulheres à educação técnica, profissional e superior de qualidade, a preços acessíveis, incluindo universidade.

4.2 Até 2030, garantir que todos os meninos e meninas tenham acesso a um desenvolvimento de qualidade na primeira infância, cuidados e educação pré-escolar, de modo que estejam prontos para o ensino primário.

4.1 Até 2030, garantir que todas as meninas e meninos completem o ensino primário e secundário livre, equitativo e de qualidade, que conduza a resultados de aprendizagem relevantes e eficazes.

ODS 10. Objetivo 10. Redução das Desigualdades. Reduzir a desigualdade dentro dos países e entre eles.

10.c Até 2030, reduzir para menos de 3% os custos de transação de remessas dos migrantes e eliminar “corredores de remessas” com custos superiores a 5%.

10.b Incentivar a assistência oficial ao desenvolvimento e fluxos financeiros, incluindo o investimento externo direto, para os Estados onde a necessidade é maior, em particular os países de menor desenvolvimento relativo, os países

africanos, os pequenos Estados insulares em desenvolvimento e os países em desenvolvimento sem litoral, de acordo com seus planos e programas nacionais.

10.a Implementar o princípio do tratamento especial e diferenciado para países em desenvolvimento, em particular os países de menor desenvolvimento relativo, em conformidade e com os acordos da Organização Mundial do Comércio.

10.7 Facilitar a migração e a mobilidade ordenada, segura, regular e responsável de pessoas, inclusive por meio da implementação de políticas de migração planejadas e bem geridas.

10.6 Assegurar uma representação e voz mais forte dos países em desenvolvimento em tomadas de decisão nas instituições econômicas e financeiras internacionais globais, a fim de garantir instituições mais eficazes, críveis, responsáveis e legítimas.

10.5 Melhorar a regulamentação e monitoramento dos mercados e instituições financeiras globais, e fortalecer a implementação de tais regulamentações.

10.4 Adotar políticas, especialmente fiscal, salarial e políticas de proteção social, e alcançar progressivamente uma maior igualdade.

10.3 Garantir a igualdade de oportunidades e reduzir as desigualdades de resultado, inclusive por meio da eliminação de leis, políticas e práticas discriminatórias e promover legislação, políticas e ações adequadas a este respeito.

10.2 Até 2030, empoderar e promover a inclusão social, econômica e política de todos, independentemente da idade, sexo, deficiência, raça, etnia, origem, religião, condição econômica ou outra

10.1 Até 2030, progressivamente alcançar e sustentar o crescimento da renda dos 40% da população mais pobre a uma taxa maior que a média nacional. (ONU, 2019)

De acordo com a ONU (2019), o uso da Tecnologia de Informação e Comunicação é de grande relevância no contexto dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) no sentido do alcance da meta de vida digna para todos. A comunidade internacional está em mobilização em torno da Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável e as TICs são ferramentas dinamizadoras desse movimento. Há o reconhecimento da ONU no sentido de que as TICs têm o grande potencial, para acelerar o progresso humano e fazer a ponte sobre o abismo digital global e avançar com o conhecimento.

Ainda, de acordo com a ONU, as TICs fornecem soluções inteligentes para lidar com a mudança climática, a fome, a pobreza e outros desafios globais, fundamentalmente dos cuidados com a saúde e acesso à educação. Finalmente, a ONU destaca as TICs como sendo “o motor que impulsiona soluções práticas e inovações que podem contribuir para o crescimento inclusivo” (ONU, 2019)

Finalmente, no contexto das novas gerações sob questões pertinentes às ODS e à evolução das TICs é correlato citar aqui Beluzzo (2019):

As novas gerações nasceram com uma virtualidade- contraditoriamente tangível - que é a tecnologia digital. O grau de modernização conjunta de um país- de sua sociedade e de seu sistema produtivo – já é baseado em seu grau de digitalização. Em futuro imediato, haverá apenas cidadãos que irão adquirir a plena condição de seus status com a adesão à digitalização, de suas vidas em todos os níveis. A Competência em Informação, aliada à “inteligência midiática e tecnológica” impacta o trabalho porque

suprime certos empregos, mas também é o que cria a necessidade de outros para os quais as pessoas formadas pela escola e universidades não estão sendo consideradas capazes e aptas. Entretanto, vale lembrar que, de fato, o que realmente está importando é que as informações transitem, cresçam e aperfeiçoem-se na interconexão humana e sejam colocadas à disposição no momento certo, às pessoas certas, na medida adequada para ajudá-las na compreensão da realidade e na solução de questões específicas, tendo como parâmetros a Agenda 2030 e os ODS. Por sua vez, um ponto chave do processo de transformação digital e sobre o qual devemos nos deter com especial atenção é sobre a educação em valores e na aquisição da informação e construção do conhecimento para sua aplicação na realidade e na busca da inovação, do crescimento e desenvolvimento visando ao alcance de uma sociedade sustentável. É recomendável que a transformação digital seja vista com perspectivas que vão além dos aspectos de negócios e da tecnologia, para observar as desigualdades e as lacunas que o país precisa superar. Porém, certamente, é preciso aprender a reciclar o que sabemos e aprender o que desconhecemos, embora possamos encontrar muitos riscos e fracassos que tenhamos que transformar em oportunidades e sucessos. (BELUZZO, 2019, s/p)

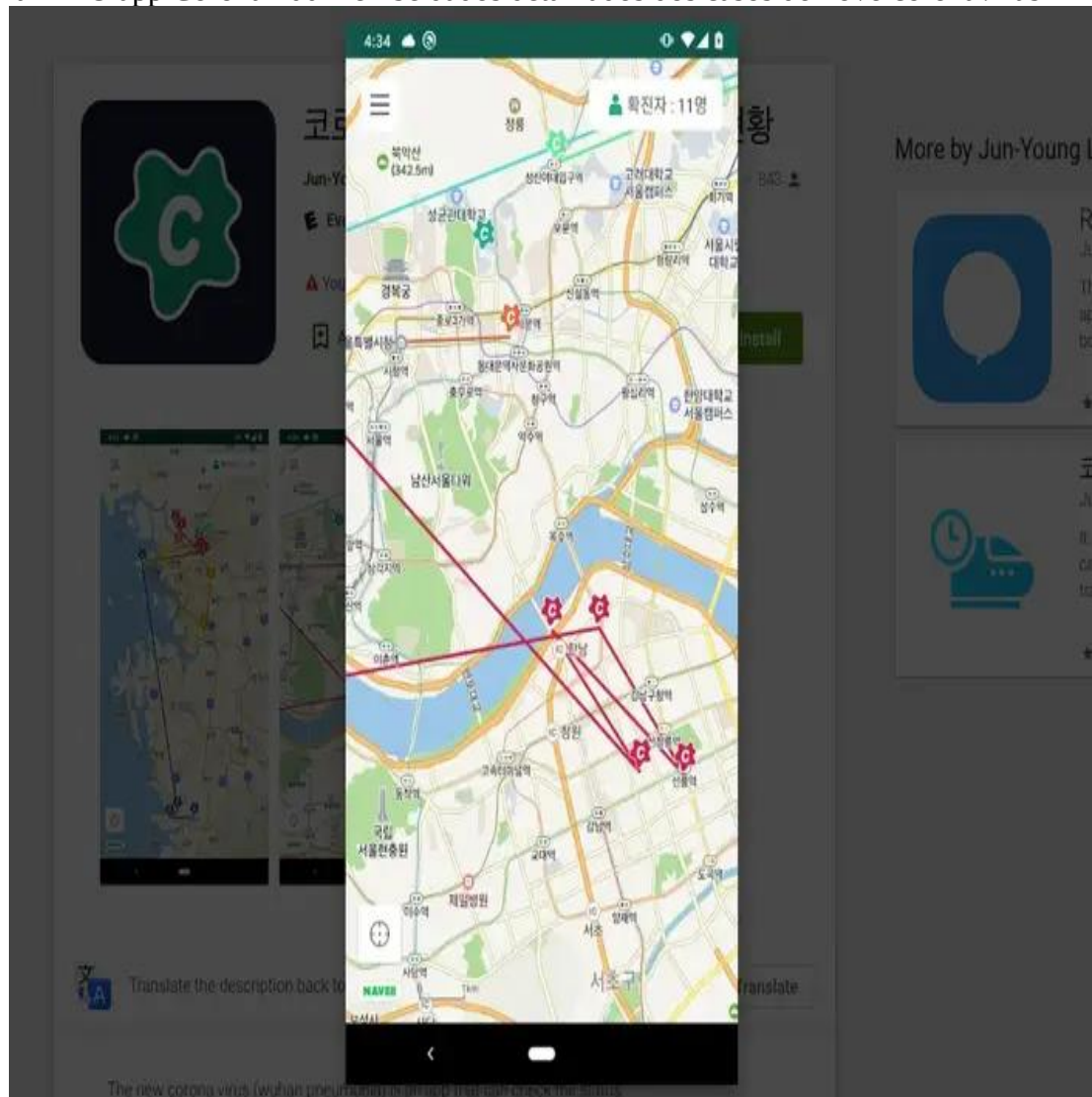
2.3 Uma abordagem sobre as TICs no enfrentamento da Covid19 de acordo com o IPEA 2020

De acordo com o IPEA - Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada - alguns países asiáticos têm obtido melhores resultados no controle da disseminação do novo coronavírus (Covid-19) do que os Estados Unidos e a maioria dos países europeus. Os elementos desse sucesso consistem no fato desses países terem passado pela epidemia da Sars, em 2003, fato que os preparou para o controle de pandemias; fatores culturais como reconhecimento da população no que concerne as recomendações governamentais e o uso intensivo de tecnologia da informação e comunicação - TICs (IPEA,2020).

O uso intensivo de TICs tanto por governos quanto por grandes grupos econômicos é visto como uma nova revolução na comunicação que vem trazendo e trará também no futuro benefícios para a economia e melhoria da qualidade vida dos cidadãos. No grande problema da pandemia do ano de 2020 vários países estão utilizando tecnologias como é o caso do desenvolvimento de aplicativos que cruzam os dados de cidadãos permitindo monitoramento do trânsito das pessoas e da transmissão do vírus.

A Coreia do Sul, por exemplo, tem sido reconhecida pelo uso de aplicativos de celular para o combate à pandemia entre os quais se destaca o *Corona100m*, que é muito popular. Dessa forma, usando informações do governo, o *Corona100m* (figura 2) identifica se existem indivíduos potencialmente contaminados pela Covid-19 num raio de 100 metros do usuário (IPEA, 2020).

Figura 2 - O app Corona 100m exibe dados detalhados dos casos do novo coronavírus



Fonte: <https://www.businessinsider.com/coronavirus-south-korea-photos-apps-location-outbreak-where-2020-3>

Já em Singapura, o governo desenvolveu o aplicativo *TraceTogether* (figura 3) que identifica todos os contatos físicos mantidos pelo usuário nos últimos quatorze dias com outras pessoas. Dessa forma, se um cidadão for identificado como infectado, o Ministério da Saúde do país solicita a sua permissão a esse usuário para ter acesso a todas as pessoas com quem ele manteve contato em período recente. Finalmente, todas essas pessoas são aconselhadas a procurar as autoridades médicas (IPEA, 2020).

Figura 3 - Aplicativo *TraceTogether*

What is TraceTogether?
A community-driven contact tracing app to help stop the spread of COVID-19

Get notified quickly by contact tracers if you had been in close proximity with a COVID-19 case¹

Earlier notification means better protection for those around us

Everyone can play a part to combat the spread of COVID-19

Download the app, enable Bluetooth®, and protect your loved ones and yourself.

TraceTogether, Safer Together.

Jointly developed by: GOVTECH SINGAPORE MINISTRY OF HEALTH SINGAPORE

In support of: SG UNITED

¹TraceTogether does not track your actual location. Instead, we ask for location permissions to estimate your proximity to other phones. Your data will never be shared with contact tracers, unless you had close contact with a COVID-19 case.

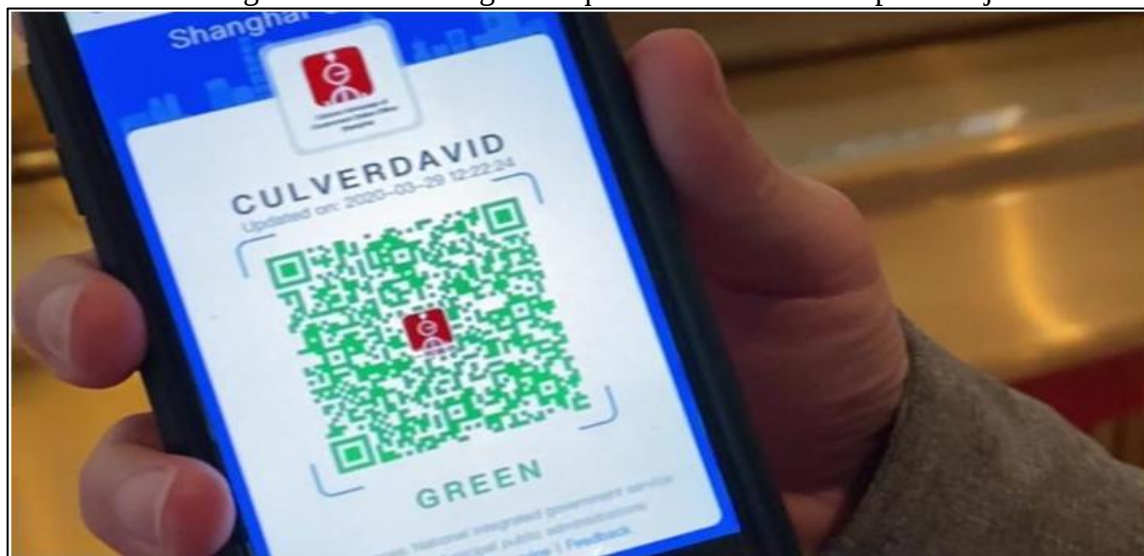
For more details, visit tracetogether.gov.sg

Fonte: <https://www.mobihealthnews.com/news/asia-pacific/singapore-government-launches-new-app-contact-tracing-combat-spread-covid-19>

Na China, o aplicativo *Alipay Health Code* (figura 4) foi amplamente utilizado no contexto da pandemia por Covid19. Este aplicativo fornece um código QR que dá três cores aos usuários de seus celulares: a cor verde indica que o usuário pode transitar livremente; A cor amarela que significa que o usuário deve fazer quarentena por uma semana e a cor vermelha que sinaliza ao usuário fazer quarentena por duas semanas (IPEA, 2020).

No Brasil, tais experiências de outros países no enfrentamento da Covid19 ainda estão em processo de inserção, de modo que ainda estão num momento embrionário. Entretanto, há algumas iniciativas importantes no Brasil nesse sentido como é o caso do portal e aplicativo do *Meudigisus*, criado pelo Ministério da Saúde do Brasil, o qual fornece dados sobre a saúde do usuário. Assim, o Ministério da Saúde no Brasil criou o aplicativo *Coronavírus -SUS13* que fornece informações sobre a doença, informa a localização de unidades de saúde, além de fornecer outros serviços (IPEA, 2020).

Figura 4 - David Culver, correspondente internacional da CNN, mostra seu QR Code de saúde em Xangai. A cor verde significa que ele está saudável e pode viajar



Fonte: <https://www.cnnbrasil.com.br/tecnologia/2020/04/20/china-usa-qr-code-digital-para-combater-o-coronavirus-saiba-como-funciona>

2.4 Educação, Covid19 e TICs

Conforme a Unesco, a natural queda na aprendizagem poderá alastrar-se por mais de uma década se não forem criadas políticas públicas que invistam em melhorias de infraestrutura, tecnologias, formação, metodologias e salários, além do reforço da merenda, melhor aproveitamento do tempo, tutoria fora do horário usual das aulas e material adicional, quando possível (UNESCO, 2020).

Uma reunião de emergência com ministros da Educação para partilhar estratégias e respostas que assegurem a continuidade do ensino apesar das ameaças do novo coronavírus foi organizada em Paris pela UNESCO onde as seguintes ações foram discutidas: Escolha as tecnologias mais adequadas de acordo com os serviços de energia elétrica e comunicações da sua área, bem como as capacidades dos alunos e professores; Implementar medidas que garantam o acesso de estudantes de baixa renda ou com deficiências à Internet (UNESCO, 2020).

Avaliar a segurança das comunicações online quando baixar informação sobre a escola e os alunos na internet; Mobilizar ferramentas que conectem as escolas, pais, professores e alunos; Organizar discussões com os vários parceiros para compreender a duração da suspensão das aulas e para decidir se o programa deve centrar em novos conhecimentos ou consolidação de currículo antigo; Organizar formações e orientações de curta duração para alunos e professores; Ajudar os docentes com as condições básicas de trabalho, como rede de internet

para aulas por videoconferência; Misturar várias ferramentas disponíveis; Evitar pedir aos alunos e pais que baixem ou testem muitas plataformas; Definir regras com pais e alunos; Criar testes e exercícios para avaliar de perto a aprendizagem; Facilitar o envio da avaliação para os alunos e evitar sobrecarregar os pais; Manter um calendário de acordo com a capacidade dos alunos se concentrarem sozinhos em aulas por videoconferência; instruir que cada unidade não deva exceder os 20 minutos para o ensino primário e 40 minutos para o ensino secundário; Criar comunidades de professores, pais e diretores de escolas para combater o sentimento de solidão e desespero, facilitando a troca de experiências e discussão de estratégias para enfrentar as dificuldades (UNESCO, 2020).

O Brasil seguiu uma linha semelhante à indicada pela UNESCO. Ações educacionais apontaram para uma reorganização das atividades acadêmicas no enfrentamento da pandemia (BRASIL, 2020).

O ensino remoto foi a primeira estratégia usada no mundo, e no Brasil essa ferramenta somou-se à prática da Educação a distância (EaD) já existente no país. Entretanto, toda a questão social, econômica e cultural aqui já discutida, aponta para a necessidade de movimentos políticos mais intensos no sentido da inclusão digital, pois, o ensino remoto pode ser uma ferramenta com dois lados opostos, quando se observa a questão de alunos de escola pública que não têm poder econômico para adquirir computadores e celulares e ainda mais contundente é o fato de não haver sinal de Internet e tampouco Internet disponível para o acesso do aluno em áreas periféricas das grandes cidades e nas áreas urbanas.

Um problema que deve ser visto com muita clareza e acuidade, já que essa necessidade de meios e ferramentas pode afastar ainda mais crianças e adolescentes de famílias de baixa renda do acesso à informação, formação e acesso a uma Universidade no futuro. Nesse contexto, inserimos as metas da ODS 10 da Agenda 2030 da ONU que é a “Redução das Desigualdades”:

10.c Até 2030, reduzir para menos de 3% os custos de transação de remessas dos migrantes e eliminar “corredores de remessas” com custos superiores a 5%.

10.b Incentivar a assistência oficial ao desenvolvimento e fluxos financeiros, incluindo o investimento externo direto, para os Estados onde a necessidade é maior, em particular os países de menor desenvolvimento relativo, os países africanos, os pequenos Estados insulares em desenvolvimento e os países em desenvolvimento sem litoral, de acordo com seus planos e programas nacionais.

10.a Implementar o princípio do tratamento especial e diferenciado para países em desenvolvimento, em particular os países de menor desenvolvimento relativo, em conformidade com os acordos da Organização Mundial do Comércio.

10.7 Facilitar a migração e a mobilidade ordenada, segura, regular e responsável de pessoas, inclusive por meio da implementação de políticas de migração planejadas e bem geridas.

10.6 Assegurar uma representação e voz mais forte dos países em desenvolvimento em tomadas de decisão nas instituições econômicas e financeiras internacionais

globais, a fim de garantir instituições mais eficazes, críveis, responsáveis e legítimas.

10.5 Melhorar a regulamentação e monitoramento dos mercados e instituições financeiras globais, e fortalecer a implementação de tais regulamentações.

10.4 Adotar políticas, especialmente fiscal, salarial e políticas de proteção social, e alcançar progressivamente uma maior igualdade.

10.3 Garantir a igualdade de oportunidades e reduzir as desigualdades de resultado, inclusive por meio da eliminação de leis, políticas e práticas discriminatórias e promover legislação, políticas e ações adequadas a este respeito.

10.2 Até 2030, empoderar e promover a inclusão social, econômica e política de todos, independentemente da idade, sexo, deficiência, raça, etnia, origem, religião, condição econômica ou outra.

10.1 Até 2030, progressivamente alcançar e sustentar o crescimento da renda dos 40% da população mais pobre a uma taxa maior que a média nacional. (ONU, 2019)

Finamente, as Nações Unidas com esses objetivos de Desenvolvimento Sustentável levam de um modo geral na forma de apelo a todas as nações formatos de políticas que devam extinguir a pobreza, proteger o meio ambiente e o clima e garantir o bem-estar, dignidade e qualidade de vida a todas as pessoas, em todos os lugares. Educação e saúde para todos são ações fundamentais para que esses objetivos possam se concretizados. Educação nesse contexto é a disponibilização de meios a todos, de forma democrática ao acesso à informação na era tecnológica (Quadro 1).

Nesse sentido, trazemos na íntegra as metas do ODS 9 - Indústria, Inovação e Infraestrutura - focando na construção de infraestruturas resilientes; na promoção da industrialização inclusiva e sustentável e no fomento à inovação (AGENDA 2030).

De acordo com a ONU (2019), investir em infraestrutura e em inovação é condição de base para o crescimento econômico e para o desenvolvimento das nações. Desse modo, os objetivos da ODS 9 se expressam como: “Garantir uma rede de transporte público e infraestrutura urbana de qualidade são condições necessárias para o desenvolvimento sustentável. Promover a eficiência energética e inclusão social, o progresso tecnológico é também uma das chaves para as soluções dos desafios econômicos e ambientais. Garantir a igualdade de acesso às tecnologias é crucial para promover a informação e conhecimento para todos”. Assim, as metas dos ODS 9 são as seguintes:

9.c Aumentar significativamente o acesso às tecnologias de informação e comunicação e se empenhar para procurar ao máximo oferecer acesso universal e a preços acessíveis à internet nos países menos desenvolvidos, até 2020.

9.b Apoiar o desenvolvimento tecnológico, a pesquisa e a inovação nacionais nos países em desenvolvimento, inclusive garantindo um ambiente político propício para, entre outras coisas, diversificação industrial e agregação de valor às commodities.

9.a Facilitar o desenvolvimento de infraestrutura sustentável e robusta em países em desenvolvimento, por meio de maior apoio financeiro, tecnológico e técnico aos países africanos, aos países de menor desenvolvimento relativo, aos países em

desenvolvimento sem litoral e aos pequenos Estados insulares em desenvolvimento.

9.5 Fortalecer a pesquisa científica, melhorar as capacidades tecnológicas de setores industriais em todos os países, particularmente nos países em desenvolvimento, inclusive, até 2030, incentivando a inovação e aumentando substancialmente o número de trabalhadores de pesquisa e desenvolvimento por milhão de pessoas e os gastos público e privado em pesquisa e desenvolvimento.

9.4 Até 2030, modernizar a infraestrutura e reabilitar as indústrias para torná-las sustentáveis, com eficiência aumentada no uso de recursos e maior adoção de tecnologias e processos industriais limpos e ambientalmente adequados; com todos os países atuando de acordo com suas respectivas capacidades.

9.3 Aumentar o acesso das pequenas indústrias e outras empresas, particularmente em países em desenvolvimento, aos serviços financeiros, incluindo crédito acessível e sua integração em cadeias de valor e mercados.

9.2 Promover a industrialização inclusiva e sustentável e, até 2030, aumentar significativamente a participação da indústria no emprego e no produto interno bruto, de acordo com as circunstâncias nacionais, e dobrar sua participação nos países de menor desenvolvimento relativo.

9.1 Desenvolver infraestrutura de qualidade, confiável, sustentável e robusta, incluindo infraestrutura regional e transfronteiriça, para apoiar o desenvolvimento econômico e o bem-estar humano, com foco no acesso equitativo e a preços acessíveis para todos. (ONU, 2019)

Quadro 1 - Visibilidade da complementação das metas da ODS 4 e ODS 9

(continua)

ODS 4 Educação de Qualidade	ODS 9 Indústria, Inovação e Infraestrutura
4.c Até 2030, substancialmente aumentar o contingente de professores qualificados, inclusive por meio da cooperação internacional para a formação de professores, nos países em desenvolvimento, especialmente os países de menor desenvolvimento relativo e pequenos Estados insulares em desenvolvimento.	9.c. Aumentar significativamente o acesso às tecnologias de informação e comunicação e se empenhar para procurar ao máximo oferecer acesso universal e a preços acessíveis à internet nos países menos desenvolvidos, até 2020
4.b Até 2020 substancialmente ampliar globalmente o número de bolsas de estudo disponíveis para os países em desenvolvimento, em particular, os países de menor desenvolvimento relativo, pequenos Estados insulares em desenvolvimento e os países africanos, para o ensino superior, incluindo programas de formação profissional, de tecnologia da informação e da comunicação, programas técnicos, de engenharia e científicos em países desenvolvidos e outros países em desenvolvimento.	9.b Apoiar o desenvolvimento tecnológico, a pesquisa e a inovação nacionais nos países em desenvolvimento, inclusive garantindo um ambiente político propício para, entre outras coisas, diversificação industrial e agregação de valor às commodities.
4.a Construir e melhorar instalações físicas para educação, apropriadas para crianças e sensíveis às deficiências e ao gênero e que proporcionem ambientes de aprendizagem seguros, não violentos, inclusivos e eficazes para todos.	9.a Facilitar o desenvolvimento de infraestrutura sustentável e robusta em países em desenvolvimento, por meio de maior apoio financeiro, tecnológico e técnico aos países africanos, aos países de menor desenvolvimento relativo, aos países em desenvolvimento sem litoral e aos pequenos Estados insulares em desenvolvimento.

Quadro 1 - Visibilidade da complementação das metas da ODS 4 e ODS 9
(conclusão)

ODS 4 Educação de Qualidade	ODS 9 Indústria, Inovação e Infraestrutura
4.7 Até 2030, garantir que todos os alunos adquiram conhecimentos e habilidades necessárias para promover o desenvolvimento sustentável, inclusive, entre outros, por meio da educação para o desenvolvimento sustentável e estilos de vida sustentáveis, direitos humanos, igualdade de gênero, promoção de uma cultura de paz e não-violência, cidadania global, e valorização da diversidade cultural e da contribuição da cultura para o desenvolvimento sustentável.	9.5 Fortalecer a pesquisa científica, melhorar as capacidades tecnológicas de setores industriais em todos os países, particularmente nos países em desenvolvimento, inclusive, até 2030, incentivando a inovação e aumentando substancialmente o número de trabalhadores de pesquisa e desenvolvimento por milhão de pessoas e os gastos público e privado em pesquisa e desenvolvimento.
4.6 Até 2030, garantir que todos os jovens e uma substancial proporção dos adultos, homens e mulheres, estejam alfabetizados e tenham adquirido o conhecimento básico de matemática.	9.4 Até 2030, modernizar a infraestrutura e reabilitar as indústrias para torná-las sustentáveis, com eficiência aumentada no uso de recursos e maior adoção de tecnologias e processos industriais limpos e ambientalmente adequados; com todos os países atuando de acordo com suas respectivas capacidades.
4.5 Até 2030, eliminar as disparidades de gênero na educação e garantir a igualdade de acesso a todos os níveis de educação e formação profissional para os mais vulneráveis, incluindo as pessoas com deficiência, povos indígenas e as crianças em situação de vulnerabilidade.	9.3 Aumentar o acesso das pequenas indústrias e outras empresas, particularmente em países em desenvolvimento, aos serviços financeiros, incluindo crédito acessível e sua integração em cadeias de valor e mercados.
4.4 Até 2030, aumentar substancialmente o número de jovens e adultos que tenham habilidades relevantes, inclusive competências técnicas e profissionais, para emprego, trabalho decente e empreendedorismo.	9.2 Promover a industrialização inclusiva e sustentável e, até 2030, aumentar significativamente a participação da indústria no emprego e no produto interno bruto, de acordo com as circunstâncias nacionais, e dobrar sua participação nos países de menor desenvolvimento relativo.
4.3 Até 2030, assegurar a igualdade de acesso para todos os homens e mulheres à educação técnica, profissional e superior de qualidade, a preços acessíveis, incluindo universidade.	9.1 Desenvolver infraestrutura de qualidade, confiável, sustentável e robusta, incluindo infraestrutura regional e transfronteiriça, para apoiar o desenvolvimento econômico e o bem-estar humano, com foco no acesso equitativo e a preços acessíveis para todos
4.2 Até 2030, garantir que todos os meninos e meninas tenham acesso a um desenvolvimento de qualidade na primeira infância, cuidados e educação pré-escolar, de modo que estejam prontos para o ensino primário.	
4.1 Até 2030, garantir que todas as meninas e meninos completem o ensino primário e secundário livre, equitativo e de qualidade, que conduza a resultados de aprendizagem relevantes e eficazes.	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao conceber as ODS 4 e 9 como correlatas vê-se claramente que essas metas desses Objetivos do Desenvolvimento Sustentável na *Agenda 2030* vislumbram uma melhoria na Educação, uma melhoria de natureza inclusiva e não segregadora como também o fomento ao acesso às tecnologias de informação a todos os povos, fundamentalmente aos menos privilegiados financeiramente, espacialmente e tecnologicamente.

A agenda 2030 é inclusiva e norteadora de um mundo mais igualitário, opinando pela promoção de uma mudança pontual no seio da economia do mundo no sentido da preservação e da sustentabilidade do meio ambiente e do homem que nele habita e transforma. A Educação Inclusiva certamente é a chave do alcance a esses objetivos. De certo, não pode haver educação inclusiva sem inclusão digital no mundo moderno.

3 FERRAMENTAS DIDÁTICAS LÚDICAS, SOFTWARES E PROGRAMAS TI COLABORATIVOS E FACILITORES DO ENSINO E DA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

3.1 Sobre a Matemática no Ensino Médio de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais

De acordo com o Ministério da Educação (MEC), os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio são resultado de meses de trabalho e de discussão realizados por especialistas e educadores de todo o país. Foram feitos para auxiliar as equipes escolares na execução de seus trabalhos. Servirão de estímulo e apoio à reflexão sobre a prática diária, ao planejamento de aulas e, sobretudo ao desenvolvimento do currículo da escola, contribuindo ainda para a atualização profissional (BRASIL, 2020).

Na Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias - dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio constam os objetivos que falam do desenvolvimento de conhecimento na forma combinada de objetivos de cada área no intuito de que esse conhecimento seja contextualizado e que respondam às necessidades da vida contemporânea no mundo globalizado.

Nesse sentido, no contexto da área das Ciências da Natureza, Matemática e Tecnologias há uma crescente valorização do conhecimento e da capacidade de inovação que dialoga constantemente com a demanda de cidadãos que aprendem de modo continuado, estando esse diálogo com o conhecimento disponibilizado nessa forma voltado então para formação geral e não apenas um treinamento específico. Ainda, o aprendizado não deve ser centrado na interação individual de alunos com materiais instrucionais, nem se resumir à exposição de alunos ao discurso professoral, mas se realizar pela participação ativa de cada um e do coletivo educacional numa prática de elaboração cultural. (BRASIL, 2020).

Nesse contexto, devido à universalidade de quantificação e da linguagem, a Matemática ocupa uma posição muito singular. Desse modo, no Ensino Médio, as ferramentas matemáticas são bastante relevantes sendo essencial no bojo das ciências quando se faz necessário uma construção abstrata mais elaborada do mundo. Igualmente, a Matemática faz arte de muitos universos como a música, informática, comércio, meteorologia, medicina, cartografia, engenharias às comunicações e outros. Nesses vários universos e em outros, a Matemática constitui uma ferramenta insubstituível que codifica, ordena, quantifica e interpreta: compassos, taxas, dosagens, coordenadas, tensões, frequências e outras variáveis (BRASIL, 2020).

A Matemática é uma ciência que permite estabelecer relações e interpretar fenômenos e informações onde o pensar dessa ciência possibilita ir além da descrição da realidade e da elaboração de modelos. Nesse sentido, uma forma coordenada de trabalho entre as outras disciplinas científico-tecnológicas e a matemática deve ocorrer no que tange ao desenvolvimento das ferramentas matemáticas de expressão e raciocínio. Dessa forma, o aluno melhor constrói abstrações matemáticas no contexto de diálogos entre ciências, desconstruindo assim o conservador modelo de memorização indiscriminada de algoritmos, de forma prejudicial ao aprendizado.

De acordo com o MEC (BRASIL, 2020), os objetivos da educação no Ensino Médio apresentados na “Resolução CNE/98” deverão ser cumpridos pelas disciplinas de cada uma das três áreas de conhecimento: Linguagens e Códigos, Ciências da Natureza e Matemática e Ciências Humanas, cada uma delas acompanhada de suas Tecnologias.

As competências atribuíveis à área de Ciência da Natureza, Matemática e suas Tecnologias podem ser subgrupados. Dessa forma, unem-se as competências e habilidades de caráter mais específico, na categoria investigação e compreensão científico-tecnológica associam-se a Linguagem e Códigos e contextualizando universo sociocultural e histórico da ciência e da tecnologia no bojo das Ciências Humanas. Dos objetivos explicitamente atribuídos à área de Ciências e Matemática destaca-se: “Compreender as Ciências da Natureza como construções humanas e a relação entre conhecimento científico-tecnológico e a vida social e produtiva” (BRASIL, 2020).

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo que auxilia na estruturação do pensamento e do raciocínio dedutivo. Ainda, a matemática tem função instrumental como sendo uma ferramenta que se usa no dia a dia. Assim sendo, a Matemática é ciência que contribui no desenvolvimento do pensar alcançando espaços extras que geram no estudante habilidades e capacidades de solucionar problemas, usando a curiosidade, investigação e análise elementos imprescindíveis ao método científico.

No que diz respeito ao caráter instrumental da Matemática no Ensino Médio, ela deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento.

Nesse sentido, o ensino e aprendizagem da Análise Combinatória e a Probabilidade podem ser realizados de forma conjunta e concomitante com o ensino e aprendizagem da Biologia, já que são instrumentos matemáticos usados na solução de problemas que envolvem as Leis de Mendel no contexto da Genética Clássica. Assim, de acordo com os PCN/MEC (2020), “é necessário que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras

que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la”.

De acordo com os PCN/MEC (2020),

A Matemática do Ensino Médio deve apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo. Saber aprender é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida. Sem dúvida, cabe a todas as áreas do Ensino Médio auxiliar no desenvolvimento da autonomia e da capacidade de pesquisa, para que cada aluno possa confiar em seu próprio conhecimento. É preciso ainda uma rápida reflexão sobre a relação entre Matemática e tecnologia. Embora seja comum, quando nos referimos às tecnologias ligadas à Matemática, tomarmos por base a informática e o uso de calculadoras, estes instrumentos, não obstante sua importância, de maneira alguma constituem o centro da questão. O impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com as máquinas. A velocidade do surgimento e renovação de saberes e de formas de fazer em todas as atividades humanas tornarão rapidamente ultrapassadas a maior parte das competências adquiridas por uma pessoa ao início de sua vida profissional. O trabalho ganha então uma nova exigência, que é a de aprender continuamente em um processo não mais solitário. O indivíduo, imerso em um mar de informações, se liga a outras pessoas, que, juntas, complementar-se-ão em um exercício coletivo de memória, imaginação, percepção, raciocínios e competências para a produção e transmissão de conhecimentos. Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. Para isso, habilidades como selecionar informações, analisar as informações obtidas e, a partir disso, tomar decisões exigirão linguagem, procedimentos e formas de pensar matemáticos que devem ser desenvolvidos ao longo do Ensino Médio, bem como a capacidade de avaliar limites, possibilidades e adequação das tecnologias em diferentes situações. Assim, as funções da Matemática descritas anteriormente e a presença da tecnologia nos permitem afirmar que aprender Matemática no Ensino Médio deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático. Esse domínio passa por um processo lento, trabalhoso, cujo começo deve ser uma prolongada atividade sobre resolução de problemas de diversos tipos, com o objetivo de elaborar conjecturas, de estimular a busca de regularidades, a generalização de padrões, a capacidade de argumentação, elementos fundamentais para o processo de formalização do conhecimento matemático e para o desenvolvimento de habilidades essenciais à leitura e interpretação da realidade e de outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 2020)

As finalidades do ensino de Matemática no nível médio e acordo com os PCN/MEC (2020), de acordo com o coordenador de área e seus consultores são:

- Levar o aluno a compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas no sentido de que seja adquirida por ele uma formação científica geral;
- Levar o aluno a aplicar seus conhecimentos matemáticos a inúmeras situações-problema na ciência, tecnológica e em seu cotidiano;

- Levar o aluno a analisar diversas situações utilizando ferramentas matemáticas no sentido de que seja desenvolvido nele um senso crítico no contexto dos problemas da Matemática e de outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- Levar o aluno a utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- Levar o aluno a expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
- Levar o aluno a estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e da matemática com outras áreas do currículo;
- Levar o aluno a reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- Levar o aluno a promover a realização pessoal, sentimento de segurança quanto as suas capacidades matemáticas e desenvolver atitudes de autonomia e cooperação;
- Levar o aluno a habilidade de descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer previsões com base numa amostra de população;
- Levar o aluno a aplicar ideias de probabilidade e combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano.

Das competências e habilidades (Quadro 2) a serem desenvolvidas em Matemática de acordo com os PCN/MEC (2020):

- Representação e comunicação:
 - Ler e interpretar textos de Matemática;
 - Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc.);
 - Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa;
 - Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta;
 - Produzir textos matemáticos adequados;
 - Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação;
 - Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.
- Investigação e compreensão:
 - Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc.);

- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema;
- Formular hipóteses e prever resultados;
- Selecionar estratégias de resolução de problemas;
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta;
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos;
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades;
- Discutir ideias e produzir argumentos convincentes.
- Contextualização sociocultural:
 - Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real;
 - Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento;
 - Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade;
 - Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

Quadro 2 - Visibilidade em conjunto das três Competências e Habilidades da Matemática no Ensino Médio CN/MEC (2020)

(continua)

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO PCN/MEC (2020)		
Representação e comunicação	Investigação e Compreensão	Contextualização Sociocultural
Ler e interpretar textos de matemática;	Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões, etc)	Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real
Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões, etc.);	Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema	Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento
Transcrever mensagem matemática da linguagem corrente para a linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, formulas, tabelas, etc) e vice - versa;	Formular hipóteses e prever resultados	Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade
Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna quanto na linguagem matemática usando a terminologia correta.	Selecionar estratégias de resolução de problemas	Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades

Quadro 2 - Visibilidade em conjunto das três Competências e Habilidades da Matemática no Ensino Médio CN/MEC (2020)

(conclusão)

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO PCN/MEC (2020)		
Representação e comunicação	Investigação e Compreensão	Contextualização Sociocultural
Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna quanto na linguagem matemática usando a terminologia correta.	Interpretar e criticar resultados numa situação concreta	
Produzir textos matemáticos adequados	Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos	
Utilizar adequadamente recursos tecnológicos como instrumento de produção e de comunicação	Fazer e validar conjecturas experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades	
Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho	Discutir ideias e produzir argumentos convincentes	

Fonte: Elaborado pelo autor

3.2 Aprendendo melhor Análise Combinatória e Probabilidade no Ensino Médio: utilizando ferramentas tecnológicas e criatividade lúdica na sala de aula

A análise combinatória está associada com o processo de contagem. Assim sendo, o estudo, exercício e por conseguinte a melhor compreensão dessa área da matemática possibilita desenvolver ferramentas que colaboram na realização de contagens de maneira mais eficiente. O estudo da probabilidade está intimamente relacionado com o estudo da análise combinatória (BRASIL ESCOLA, 2022)

No Ensino Médio os assuntos “Análise Combinatória” e “Probabilidade” são os que dialogam com muitas outras ciências como é o caso da genética no contexto das Leis Mendelianas e no aconselhamento genético nas ciências biológicas. Nesse sentido, problemas de genética que envolve essas ciências são muitas vezes mal interpretados e mal solucionados por déficit de conhecimento do aluno desses conteúdos pertencentes à Matemática.

Dessa forma, o presente trabalho resolveu trabalhar, entre outros assuntos, com a “Análise Combinatória” e a “Probabilidade” no intuito de construir uma profícua discussão de como e de que forma o lúdico e as TICs podem colaborar e facilitar o ensino e a aprendizagem da matemática nos referidos contextos.

No contexto da Análise Combinatória uma lista de programas e ferramentas didáticas online está disponível no site do MEC, uma coleção que engloba recursos educacionais que abordam conteúdos relacionados à contagem, desde o princípio fundamental da contagem até técnicas específicas como as permutações, arranjos e combinações (Figura 5).

O referido projeto foi desenvolvido pela Unicamp (SP) e UFF (RJ), criado a partir de um Edital de 2007, do Ministério da Educação (MEC) e do Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT). O referido projeto foi concebido para a produção de conteúdo de Matemática, abrangendo o currículo básico da disciplina, nas três séries do Ensino Médio (MEC, 2020)

Figura 5 - Um recorte da lista de Recursos da Coleção de mídias Análise Combinatória. Portal do professor

Lista de Recursos da Coleção (14 recursos)		
TIPO	RECURSO	OBJETIVO
 18.4 MB	O que é permutação? - Parte II Educação Básica: Ensino Médio: Matemática: Análise de dados e probabilidade 09/05/2011 ★ ★ ★ ★ ★ 0 comentário(s) 318 acessos	1. Discutir o significado da palavra permutação no contexto da Matemática, 2. Apresentar os casos clássicos de problemas de análise combinatória, 3. Apresentar o Princípio Fundamental da Contagem
 86.1 MB	Desejos Educação Básica: Ensino Médio: Matemática: Análise de dados e probabilidade 05/05/2011 ★ ★ ★ ★ ★ 0 comentário(s) 229 acessos	Análise combinatória: Combinação
 9.3 KB	De quantas maneiras posso passar meu cadarço? Educação Básica: Ensino Médio: Matemática: Análise de dados e probabilidade 28/04/2011 ★ ★ ★ ★ ★ 0 comentário(s) 301 acessos	Fazer uma abordagem diferenciada sobre um problema de combinatória
 87.3 MB	Roda roda Educação Básica: Ensino Médio: Matemática: Números e operações 20/09/2011 ★ ★ ★ ★ ★ 0 comentário(s) 118 acessos	Introduzir conceitos de análise combinatória, Apresentar as permutações cíclicas, Aplicar o conceito de arranjos à solução de problemas com permutação cíclica
 110.2 MB	Musica quase sem compositor Educação Básica: Ensino Médio: Matemática: Números e operações 21/09/2011 ★ ★ ★ ★ ★ 0 comentário(s) 134 acessos	1. Aplicar sequências numéricas à música, 2. Introduzir o conceito de iteração ou repetição, 3. Aplicar permutações e combinações à música
 9.3 KB	Táxi e combinatória Educação Básica: Ensino Médio: Matemática: Análise de dados e probabilidade 28/04/2011 ★ ★ ★ ★ ★ 0 comentário(s) 198 acessos	Fazer uma breve introdução da Geometria do Táxi, Capacitar o aluno a desenvolver técnicas para a resolução de problemas de contagem, Introduzir o Triângulo de Pascal e algumas de suas propriedades
 8.9 MB	O que é permutação? - Parte I Educação Básica: Ensino Médio: Matemática: Análise de dados e probabilidade 09/05/2011 ★ ★ ★ ★ ★ 0 comentário(s) 238 acessos	1. Discutir o significado da palavra permutação no contexto da Matemática, 2. Apresentar os casos clássicos de problemas de análise combinatória, 3. Apresentar o Princípio Fundamental da Contagem
 104.8 MB	A dança do embaralhamento Educação Básica: Ensino Médio: Matemática: Números e operações 21/09/2011 ★ ★ ★ ★ ★ 0 comentário(s) 288 acessos	1. Introduzir a noção de grupo de permutação, 2. Mostrar uma aplicação de MMC

Fonte: MEC, 2020

Foram então selecionados 3 dos 14 recursos da coleção citada para tecer discussões de caráter pedagógico: “De quantas maneiras posso passar meu cadarço”? “Táxi e combinatória” e “A cartomante”.

i) “De quantas maneiras posso passar meu cadarço”?



De quantas maneiras posso passar meu cadarço?

Estrutura curricular: Educação Básica; Ensino Médio; Matemática; Análise de dados e probabilidade.

Projeto Condigital MEC-MCT. Universidade Estadual de Campinas. Unicamp. Matemática

Autores: Samuel Rocha de Oliveira e Leonardo Barichello

Licença:

A Universidade Estadual de Campinas autoriza, sob licença Creative Commons – Atribuição 2.5 Brasil, cópia, distribuição, exibição e execução do material desenvolvido de sua titularidade, sem fins comerciais, assim como a criação de obras derivadas, desde que se atribua o crédito ao autor original da forma especificada por ele ou pelo licenciante, assim como a obra deverão compartilhar Licença idêntica a esta. Estas condições podem ser renunciadas, desde que se obtenha permissão do autor. O não cumprimento desta Licença acarretará nas penas previstas pela Lei nº 9.610/98;

Objetivo:

Fazer uma abordagem diferenciada sobre um problema de combinatória.

Descrição:

Neste experimento será enunciado um problema de combinatória que trata do número de maneiras de passar o cadarço em um tênis, obedecendo a certas regras.

Os alunos deverão, então, em uma primeira etapa, tentar fazer alguns esboços de passadas de cadarço que satisfaçam todas as regras, para ajudá-los a entender o problema de fato e, só então, deverão pensar em uma maneira de descobrir quantas possibilidades de passadas existem.

Na segunda etapa, uma das regras será removida, fazendo aumentar o número de maneiras possíveis, e os alunos deverão tentar calculá-las também.

No fechamento, poderá ser promovida uma discussão sobre as generalizações dos problemas das etapas anteriores e, por fim, o que aconteceria com o número de possibilidades de passadas de cadarço caso qualquer outra regra fosse removida, configurando uma maneira diferenciada para o tratamento de um problema de combinatória.

Duração: Aula simples

Idioma: português

ii) “Táxi e combinatória”



Táxi e combinatória

Estrutura curricular: Educação Básica; Ensino Médio; Matemática; Análise de dados e probabilidade.

Objetivo:

Fazer uma breve introdução da Geometria do Táxi; Capacitar o aluno a desenvolver técnicas para a resolução de problemas de contagem; Introduzir o Triângulo de Pascal e algumas de suas propriedades.

Descrição:

Neste experimento, será apresentada a seus alunos uma geometria diferente da euclidiana, conhecida como Geometria do Táxi, em que a menor distância entre dois pontos nem sempre é a medida de um segmento de reta! A partir dela, eles poderão desenvolver habilidades em combinatória e ser apresentados ao triângulo de Pascal.

Duração: Uma aula dupla

Projeto Condigital MEC - MCT

Universidade Estadual de Campinas - Unicamp - Matemática

Autores: Claudina Izepe Rodrigues; Rita Santos Guimarães; Leonardo Barichello; Sueli I. R. Costa; Felipe M. Bittencourt Lima.

Licença:

A Universidade Estadual de Campinas autoriza, sob licença Creative Commons – Atribuição 2.5 Brasil, cópia, distribuição, exibição e execução do material desenvolvido de sua titularidade, sem fins comerciais, assim como a criação de obras derivadas, desde que se atribua o crédito ao autor original da forma especificada por ele ou pelo licenciante, assim como a obra deverá compartilhar Licença idêntica a esta. Estas condições podem ser renunciadas, desde que se obtenha permissão do autor. O não cumprimento desta Licença acarretará nas penas previstas pela Lei nº 9.610/98

iii) “A cartomante”



A Cartomante

Estrutura curricular: Educação Básica; Ensino Médio; Matemática; Análise de dados e probabilidade.

Objetivo:

Apresentar o conceito de Combinação; 2. Apresentar o conceito de Arranjo e Fatorial; 2. Apresentar o conceito de Arranjo e Fatorial

Descrição:

Uma menina quer ser uma cartomante como sua tia e para tanto, antes, deve aprender um pouco sobre combinatórios, arranjos, fatorial e permutações com ela

Projeto Condigital MEC – MCT - Universidade Estadual de Campinas - Unicamp – Matemática

Autores: José Plínio de Oliveira Santos; Marta Nehring; Márcio Augusto Diniz

Licença:

Termo de cessão dado pelo autor ou seu representante diretamente ao Ministério da Educação - MEC que permite o uso do recurso para distribuição, tradução, edição, excetuando-se o uso comercial.

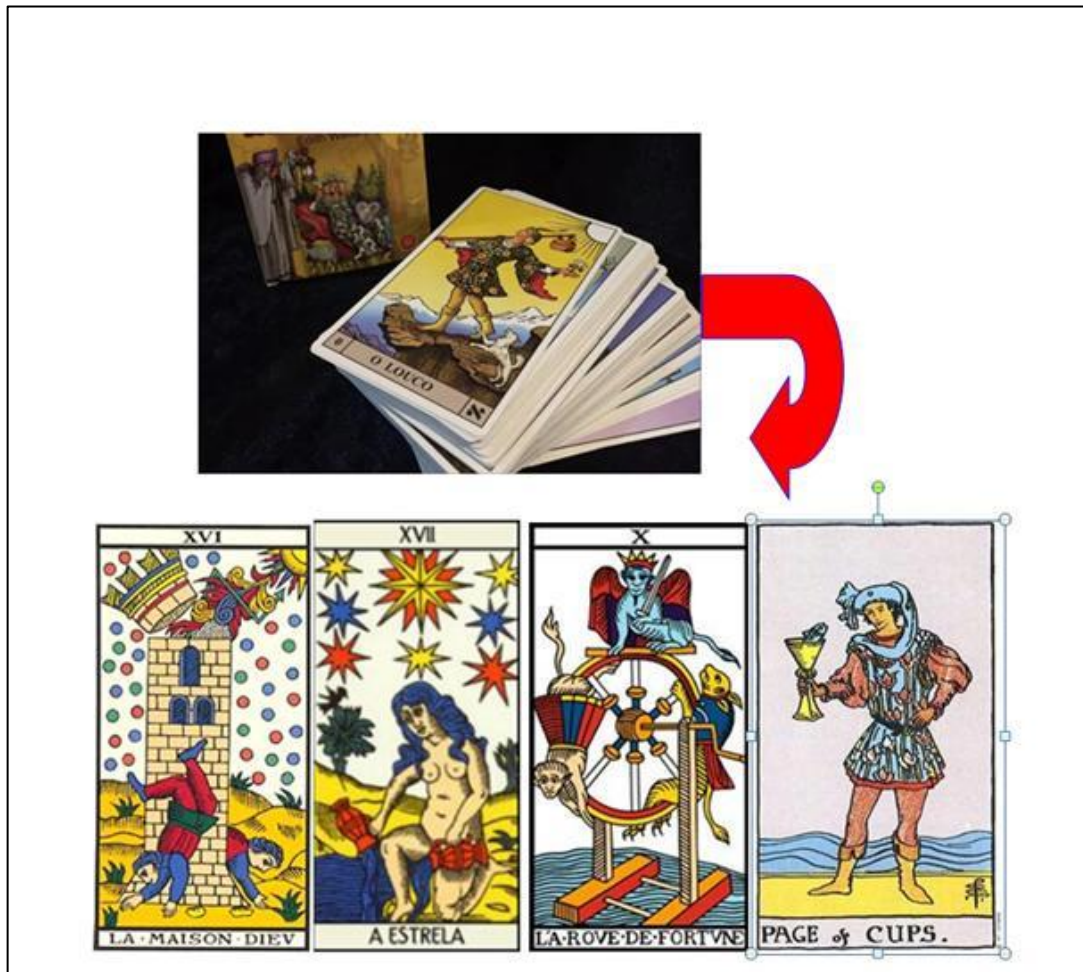
No percurso do presente trabalho foi feito o download do material ou recurso 3 - “A Cartomante” para conhecer, experienciar, entender e avaliar essa ferramenta. Como modo de estudo e comunicar o recurso, foi feita uma descrição recurso detalhada do “A Cartomante”.

Primeiramente dispõe-se as cartas na mesa e pede ao cliente que ele pegue quatro cartas ao acaso para aprender o destino pela “Análise Combinatória”. São 78 cartas do tarô. O cliente vai pegar 4 cartas ao acaso e assim usa a matemática combinatória para na leitura do destino (figura 6).

Quando o cliente escolhe 4 cartas ao acaso não importa a ordem. Esse modo refere-se à Combinação de 78 objetos tomando-os 4 a 4. Isso é então interpretado na linguagem matemática como Combinação “C” de 78 cartas quatro a quatro, ou seja:

$$C_{78,4}$$

Figura 6 - São 78 cartas no tarô. Quatro cartas retiradas do tarô quando a ordem é importante nessa tirada. Ilustrando o recurso “A cartomante”



Fonte: Portal do professor, MEC, 2020. Google imagens.

Continuando, agora a Cartomante pede para o (a) cliente escolher 4 cartas ao acaso do baralho inteiro. As cartas escolhidas pelo cliente devem então ser embaralhadas. Em seguida o (a) cliente vai escolher em ordem 2 cartas, sendo que a primeira carta é a do Amor (estrela) e a segunda é a carta da fortuna (torre) e assim por diante. Esse modo forma refere-se ao “Arranjo” (A), ou seja, quais são todas possibilidades de arranjar as 4 cartas 2 a 2? Então, trata-se de um Arranjo de 4,2.

Na linguagem matemática ao ser escolhida a primeira carta, há quatro possibilidades e, para escolher a segunda carta, faça 4 subtraído de 1, ou seja, sobram 3 possibilidades.

Primeiramente a estrela, depois a torre e assim por diante. Tem-se, dessa forma, 12 possibilidades. Assim como são 4 cartas, o universo de escolhas das 2 cartas e a ordem importa: a 1ª carta tem 4 possibilidades de ser escolhida. Sobram então 3 cartas para a 2ª carta ser escolhida. São 4 opções para a 1ª posição e 3 opções para 2ª posição. O Arranjo nesse caso é então o resultado do produto das possibilidades, ou seja, $A = 12$.

$$A_{4,2} = 4 \times 3 = 12$$

Agora, embaralha-se as 78 cartas e separa-se 7 cartas para colocar na mesa. O (a) cliente deverá escolher 3 destas 7 cartas. A ordem importa. Tem-se então 7 cartas que devem ser ordenadas 3 a 3 ou seja, Arranjo de 7, 3 a 3. Ao “retirar” a 1ª posição tem-se 7 cartas; para a 2ª posição tem-se agora $7 - 1 = 6$ e para a terceira posição temos $7 - 2 = 5$. Então,

$$A_{7,3} = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

Generalizando, vamos substituir agora o número 7 por um número natural qualquer “n” e o número 3 por outro número natural inteiro “p” que indica as posições que deve ser menor ou igual a n. Temos então: $n \times (n - 1); n \times (n - 2) \dots n \times (n - p)$. Assim, pode-se escrever uma fórmula geral para calcular o Arranjo. Para isso é necessário entender o que significa “Fatorial”.

“n fatorial” é a multiplicação de todos os números inteiros que vão de 1 até n!

Exemplificando:

$$7! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7$$

Escrevendo a formula geral:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Desmembrando: $n \times (n-1); n \times (n-2); \dots n \times (n-p)$

Então,

$$A_{7,3} = 7! / (7 - 3)! = (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7) : (4 \times 3 \times 2 \times 1) = 5040 / 24 = 210$$

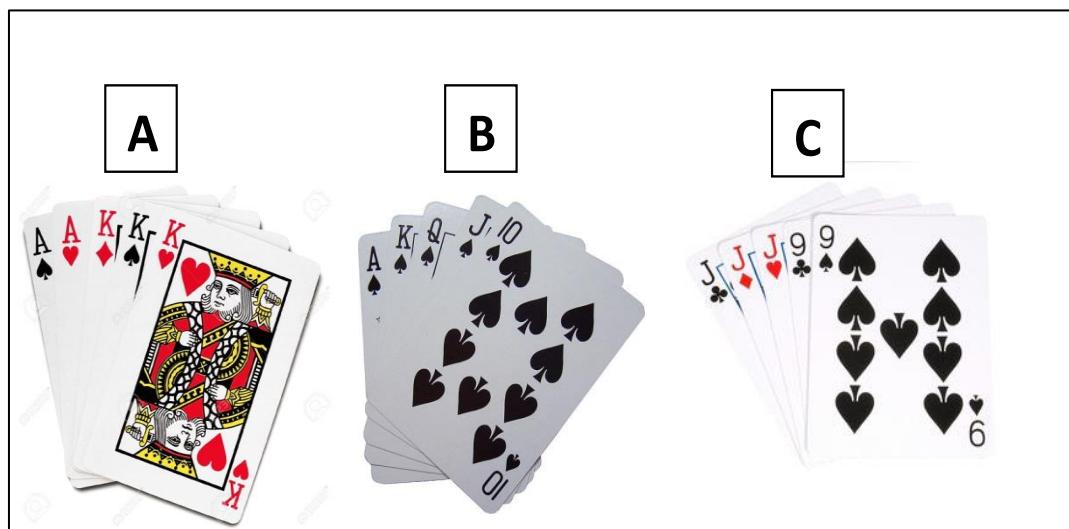
3.3 O Uso do Lúdico no Ensino da Probabilidade: jogando Poker e resolvendo Problemas de Genética Clássica

Cotidianamente usa-se de forma quase imperceptível a matemática probabilística. Ela está presente em muitos processos naturais, ambientais e sociais.

No jogo de poker mesmo que se use muito da lógica, a questão do acaso leva ao uso obrigatório da probabilidade. Cada mão de poker é formada por cinco cartas. No *Texas Hold'em*, o jogador usa cinco das sete cartas (duas na mão e cinco na mesa) que estão à sua disposição para formar a melhor mão possível e não há diferença entre os naipes.

Dessa forma, está sempre se fazendo o uso da probabilidade e da lógica (e um pouco de sorte) para formar um jogo vencedor. Um baralho de poker contém 52 cartas divididas em 4 grupos chamados de naipes. Os naipes são identificados por nomes e símbolos, são eles: Ouro, Copas, Paus e Espadas. O *Full-House* e o *Royal Flush* estão representados na Figura 7.

Figura 7 - O *Full-House* e o *Royal Flush* no Poker. Trinca de K com dois ases (A) e (C) trinca de valetes com dois nove (tipos de *Full-House* ou *Full-Hand*). (B) *Royal Flush*: sequência de 10 a “As” em um único naipe



Fonte: Ilustração e edição do autor.

No estudo sobre a hereditariedade, Gregório Mendel usou a probabilidade para expressar resultados entre cruzamentos de sementes de ervilha em sucessivas gerações. Munido por essa ferramenta matemática, Mendel estabeleceu duas importantes Leis representadas por proporções matemáticas. Seu trabalho fez uso de uma espécie vegetal como modelo e serviu de base para muitas outras pesquisas e conclusões/discussões pertinentes sobre mecanismos de herança genética nos seres vivos (Figura 8).

No desenvolvimento da 2ª Lei ou Lei da Segregação Independente dos caracteres herdados, Mendel trabalhou com pelo menos duas características – cor e textura – para demonstrar que os caracteres contidos nos gametas e dessa forma no DNA dos parentais, eram transferidas as novas gerações por combinações dos fatores independentes ao acaso (JUNQUEIRA; CARNEIRO, 2000).

As proporções genótípicas e fenotípicas foram expressadas estatisticamente de acordo com a figura 8. Nesse cruzamento, cor (verde e amarela) e textura (lisa e rugosa) combinam-se ao acaso de acordo com a casualidade do encontro dos 4 distintos gametas “A”, “B”, “a” e “b” para formar 16 tipos de zigotos numa proporção matemática (genótipos) de 9: 3: 3: 1 (JUNQUEIRA; CARNEIRO, 2000).

Figura 8 - A proporção 9:3:3:1 da 2ª Lei de Mendel. Variáveis: cor e textura das ervilhas

F₂	AB	Ab	aB	ab
AB	 AABB	 AABb	 AaBB	 AaBb
Ab	 AABb	 AAbb	 AaBb	 Aabb
aB	 AaBB	 AaBb	 aaBB	 aaBb
ab	 AaBb	 Aabb	 aaBb	 aabb
9  : 3  : 3  : 1 				

Fonte: imagens Google. <https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/biologia/leis-de-mendel>

Há duas importantes regras da Probabilidade bastante utilizadas para solucionar problemas que envolvem o estudo da Genética Clássica mendeliana contextualizada pela demonstração das 1ª e 2ª Leis de Mendel. O uso dessas regras comunica a Probabilidade como uma importante ferramenta matemática para a compreensão da expressão estatística das resultantes dos mecanismos de transmissão de caracteres adquiridos de uma geração a outra no contexto das leis mendelianas. Hoje, um geneticista faz uso dessa ferramenta matemática junto a programas de tecnologia de informação. Nessa seção vamos apresentar essa utilização nos problemas abaixo descritos e resolvidos.

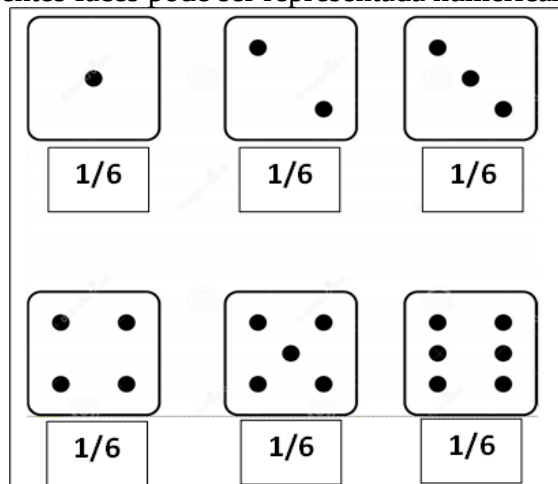
Como analisar e solucionar de forma lúdica problema que envolvem probabilidade?

Segue alguns exemplos:

(i) Qual a probabilidade de um jogador de dados obter a face 5 no arremesso de um dado não viciado (ou seja, sem alterações no seu peso).

- Análise e solução: Um dado, em seu todo, contém seis lados. Cada um dos lados é representado como ilustra a figura 8. Sabe-se que a probabilidade (**P**) da ocorrência de um determinado evento é igual ao número de possibilidades de interesse, ou seja, os eventos favoráveis, dividido pelo número total de possibilidades, ou seja, de eventos possíveis. Assim, $P = \text{número de eventos favoráveis} / \text{número total de eventos possíveis}$.

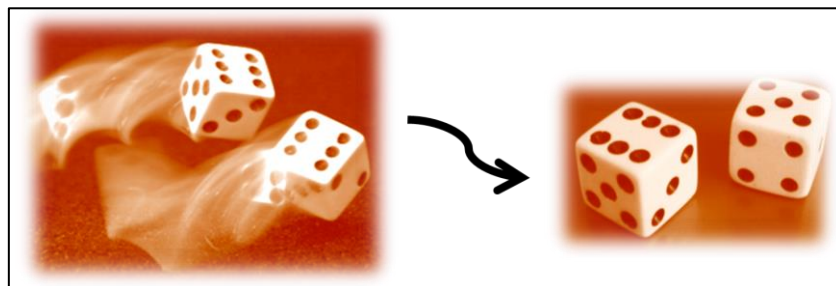
Figura 9 - Um dado apresenta 6 diferentes faces: face 1, face 2, face 3, face 4, face 5 e face 6. Cada uma das diferentes faces pode ser representada numericamente pela fração $1/6$



Fonte: Elaborado pelo autor

(ii) E se o jogador lançar dois dados, qual a chance de se obter a face 6 em um dado e a face 5 no outro dado em somente um arremesso (figura 10)

Figura 10 - Lançamento simultâneo de dois dados. Qual a chance de em um dado sair a face 5 e no outro dado sair a face 6?



Fonte: Elaborado pelo autor

Dessa forma, a probabilidade de ocorrer qualquer uma das faces do dado (face 1, face 2, face 3, face 4, face 5 e face 6) em um lançamento ou arremesso (ressaltando que deve se tratar de um dado não viciado) é: $P = 1/6$.

Então, retomando o problema, $P(\text{face } 5) = 1/6$. Porém, se agora são lançados simultaneamente dois dados, a probabilidade de se obter em um dado a face 6 e no outro dado a face 5 é dada pela multiplicação das probabilidades dessas ocorrências. Como as ocorrências são simultâneas usa-se a *regra da multiplicação, ou a regra do “e”*. A lógica é: “sair” a face 3 e a face 5 num único lançamento simultâneo. Então,

$$P(\text{face } 6 \text{ e face } 5) = P(\text{face } 6) \times P(\text{face } 5) = (1/6) (1/6) = 1/36$$

(iii) *Uma moeda tem duas faces: a face Cara e a face Coroa. Qual a probabilidade de um jogador obter a face CARA no arremesso de uma moeda? E se o jogador lançar três moedas, qual a chance de obter CARA/COROA/CARA nessa ordem em somente um arremesso?*

Cada uma das faces da moeda está representada conforme ilustra a figura 11. A probabilidade de ocorrer qualquer uma das faces da moeda (CARA ou COROA) em um lançamento (ressaltando que deve se tratar de uma moeda não viciada) é $P = 1/2$.

Figura 11 - Faces de uma moeda: CARA e COROA. Ordens de lançamento de duas moedas ao mesmo tempo: cara e coroa



Fonte: imagens Google. Adaptado pelo autor.

(iv) *Agora, lançando simultaneamente três moedas e calcular a probabilidade de se obter a seguinte sequência: CARA/COROA/CARA (figura 12).*

Sabe-se que essa probabilidade é dada pela multiplicação das probabilidades dessas ocorrências. Então,

$$P(\text{CARA/COROA/CARA}) = (1/2) (1/2) (1/2) = (1/2)^3 = 1/8$$

Figura 12 - A sequência CARA/CORA/CARA obtida pela imprevisibilidade no lançamento simultâneo de 3 moedas não viciadas



Fonte: imagens Google. Adaptado pelo autor.

Aplicando agora essas regras apresentadas de forma lúdica em problemas de genética mendeliana, antes segue a seguinte construção textual (Junqueira e Carneiro, 2000):

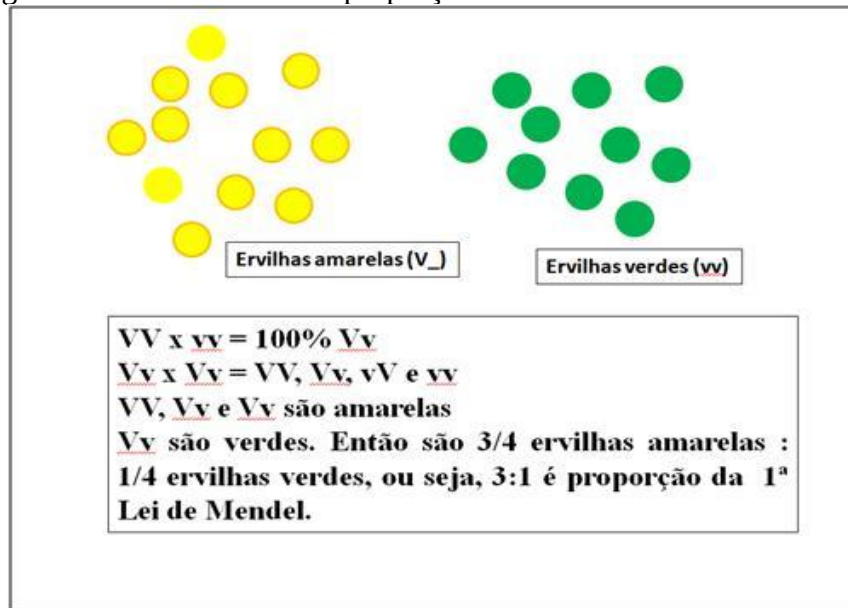
A Primeira lei de Mendel ou “Lei da Segregação dos Fatores” (Monoibridismo) consiste que cada uma das características de um indivíduo é determinada por dois fatores que se segregam (separam), os genes, ao ocorrer formação dos gametas. Assim, ocorrendo uma fecundação, cada indivíduo formado é composto por um par de gametas.

Quando nessa formação há uma relação de dominância, uma característica é expressa. Portanto, o enunciado da 1ª Lei de Mendel é: “Cada caráter é determinado por um par de fatores que se separam na formação dos gametas, indo um fator do par para cada gameta, que é, portanto, puro”.

A elaboração da 1ª Lei de Mendel foi obtida de seus experimentos com duas variedades de ervilhas - uma verde e amarela (Figura 13). Gregório Mendel constatou que as ervilhas originárias da fecundação destas duas linhagens diferentes produziam uma geração que ele denominou de “F1” era constituída por sementes amarelas (75%) e de sementes verdes (25%). Essa produção levou Mendel a concluir que a variedade de sementes amarelas era uma variedade dominante por se expressar em maior percentagem (JUNQUEIRA; CARNEIRO, 2000).

Dessa forma, Mendel expressou essa geração como geração 3:1 em proporção matemática. As ervilhas verdes foram então consideradas “recessivas” por terem se expressado em menor percentual. Assim se interpretarmos qual a probabilidade de num cruzamento entre ervilhas amarelas (dominantes) e ervilhas verdes (recessivas), nascerem ervilhas amarelas, temos (faça V - ervilha amarela e v - ervilha verde):

Figura 13 - Demonstrando a proporção matemática da 1ª Lei de Mendel



Fonte: Elaborado pelo autor

Do cruzamento entre as puras: $VV \times vv = 100\%$ amarelas, já que todas serão Vv e a amarela é dominante (VV ou Vv).

No cruzamento $Vv \times Vv$ por “segregação” (meiose) ocorre a produção dos seguintes gametas: V e v . Assim, a fecundação (encontro ao acaso entre estes gametas) pode ser representada pelas seguintes probabilidades:

- Probabilidade de $VV = 1$ em 4
- Probabilidade de $Vv = 2$ em 4
- Probabilidade de $VV = 1$ em 4
- Probabilidade de ervilhas amarelas: $VV, Vv \text{ e } vV = 1/4 + 2/4 = 3/4$ (75%)

Dessa forma, com as referidas ferramentas matemáticas pode-se então solucionar uma questão de biologia (genética) baseado no modelo de questões do ENEM:

(v) O albinismo é uma anomalia genética caracterizada pela ausência total ou parcial de pigmentação (melanina) tratando-se de uma recessividade em relação à pigmentação normal da pele (caráter dominante). Um casal formado por um homem albino e uma mulher de pele normal pode ter filhos albinos?

Para solucionar esse problema usa-se duas ferramentas: a probabilidade e a concepção da 1ª Lei de Mendel. Assim, os seguintes passos devem ser construídos para solucionar o problema acima citado:

Seja **a** Albinismo e **A** _Pele Normal (caráter dominante). Dessa forma, o albinismo é representado pelo par de alelos “aa” e a pele normal pelos pares de alelos “AA” e “Aa”. Assim tem-se que: Pai albino: a; Mãe de pele normal :AA ou Aa

(i) P: Pai aa x Mãe AA = 100% Aa, ou seja, nenhum filho albino

(ii)P: Probabilidade 2: PPai aa x Mãe Aa = 50% Aa e 50% aa, ou seja, nesse caso há 50% de chance de nascer um filho albino desse casal.

Agora, seja o seguinte problema:

(vi) Qual a chance desse mesmo casal ter dois filhos sendo: o primeiro nascer menino e albino e o segundo nascer menina e de pele normal?

Veja que nesse caso a ordem importa e isso remete o problema a usar o recurso apresentado anteriormente nesse capítulo: “A cartomante”, um material didático e remoto disponibilizado na página oficial do MEC para o professor.

Assim,

- Probabilidade de nascer uma menina = $1/2$

- Probabilidade de nascer um menino = $1/2$

- Probabilidade de nascer uma criança albina:

Cruzamentos possíveis:

Pai aa X Mãe Aa = $1/2$ aa; $1/2$ Aa, ou seja, a chance de nascer uma criança albina é de $1/2$

Então,

- Probabilidade de nascer o 1º menino e albino = $(1/2) \times (1/2) = 1/4$

- Probabilidade de nascer o 2º filho menina e de pele normal = $(1/2) \times (1/2) = 1/4$

Finalmente, a chance de o evento ocorrer na ordem que foi determinado é o produto das probabilidades, ou seja: $(1/4) \times (1/4) = 1/16$.

Nessas representações matemáticas observa-se que o uso de recursos didáticos remotos e recursos didáticos lúdicos desenvolvidos pela criatividade do professor no contexto do uso da Análise Combinatória e Probabilidade e solução de problemas de genética são ações que estão de acordo com os PCN/MEC 2020.

Como comentado ao longo da presente seção, a Análise Combinatória e Probabilidade são ferramentas matemáticas que auxiliam a solucionar diversos problemas como também dialogam com outras ciências e outros elementos de forma colaborativa e facilitadora. Essa significação está de acordo com os objetivos do ensino da matemática segundo os PCN/MEC 2020.

4 CONHECENDO E EXPERIENCIANDO RECURSOS TICs COLABORATIVOS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: O COMBINA E O GEOGEBRA

4.1 O Combina

O programa COMBINA foi desenvolvido na Universidade Federal do Ceará (UFC) pelo professor-programador e físico Adisio Anatoli Ribeiro. O Combina, segundo o autor é dirigido aos estudantes e profissionais que se utilizam de cálculos dessa natureza. Na versão gratuita do programa podem ser calcular análises sem limite.

Entretanto, para geração das listagens de análises o sistema fica limitado a 50 linhas. A versão completa, a qual não limita o tamanho das listagens geradas, pode ser adquirida em www.adisioribeiro.com.br/comocomprar.htm

Ainda de acordo com Ribeiro (2019), o COMBINA calcula combinações, arranjos e permutações de análise combinatória e gera a listagem das mesmas. Embora seja um programa simples ele tem as restrições de geração de arquivos de listagens muito grande. Combinações muito grandes demoram na geração de listagens. Combinações com mais de 100.000 registros já se tornam bastante lentas. O sistema também não permite "p" maior que 2 casas.

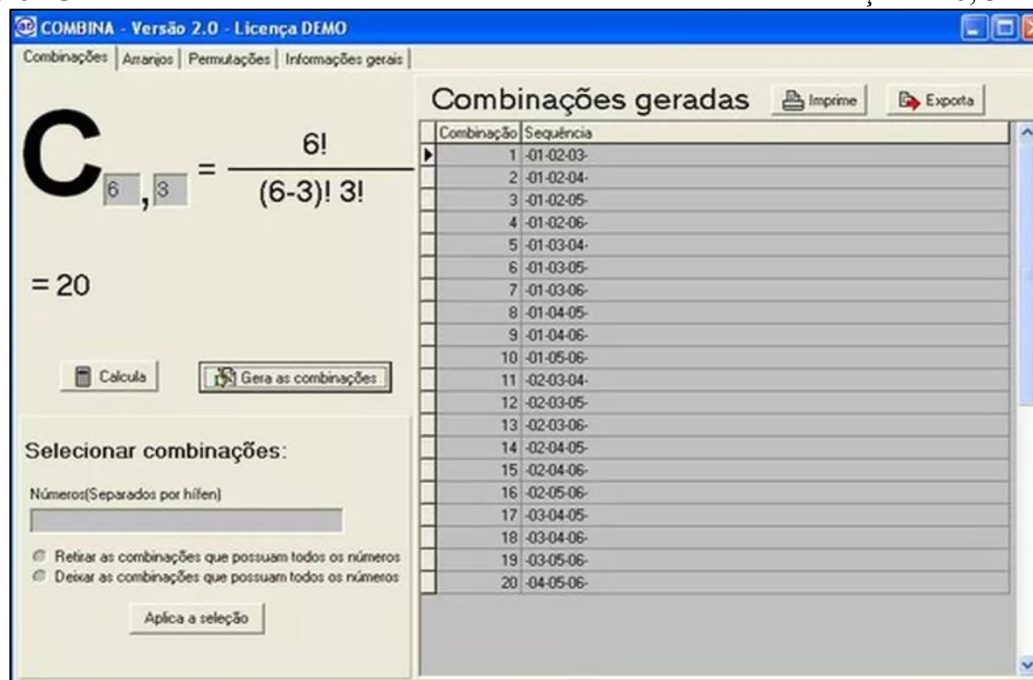
O sistema gera e seleciona combinações, arranjos e permutações usando dezenas naturais de 1 a 99. As dezenas do sistema podem ser substituídas pelas dezenas do pesquisador que usa o COMBINA e, por conseguinte, gerar as combinações (Figura 14)

Figura 14 - O “Combina”



Fonte: <https://www.adisioribeiro.com.br/combina.html>

Figura 15 - O “Combina”. Cálculo de Análise Combinatória. Combinação de 6, 3 a 3



Fonte: <https://www.techtudo.com.br/t>

De acordo com Cleiton Batista Vasconcelos e Manoel Americo Rocha (2019), referindo-se a Combinações Simples, temos que, quando estudamos os arranjos simples de n objetos tomados p a p , com $1 \leq p \leq n$, há escolha e ordenação de p desses objetos.

Dessa forma, para os algarismos 2, 3, 4 e 5, acaso se escolha o 3 e o 4, por exemplo, é possível ordená-los de duas formas:

34 ou 43

Se, no entanto, os algarismos 2 e 5 forem os escolhidos, podem ser ordenados também de duas formas como se segue:

25 ou 52

Mas, se acontecer a escolha dos algarismos 2, 3 e 5, eles podem ser então ordenados de seis formas como se segue:

235, 253, 325, 352, 523 ou 532

Assim, para cada escolha de p dentre os n objetos dados tem-se um número de ordenações que coincide com o número de permutações de p objetos, ou seja, é igual a P_p . Denota-se essa afirmativa por:

$C_{n,p}$ é o número de escolha de p dentre n objetos distintos. Então, $A_{n,p} = C_{n,p} \times P_p$

Como cada uma dessas escolhas é uma combinação dos n objetos tomados p a p , então:

Combinação simples de **n** objetos é uma combinação simples ou combinação de **n** objetos tomados **p** a **p**, com $1 \leq p \leq n$, é qualquer escolha de **p** desses objetos.

Exemplificando,

Dadas as vogais a, e, i, o, u, quais as combinações dessas letras tomadas 3 a 3?

Solucionando são estes os 10 conjuntos:

{ a, e, i }, { a, e, o }, { a, e, u }, { a, i, o }, { a, i, u }, { a, o, u }, { e, i, o }, { e, i, u } e { i, o, u }

Utilizando então a notação de fatorial, tem-se que o número de combinações de **n** objetos distintos, tomados **p** a **p**, é dado por:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)! p!}$$

Assim resolvendo o problema anterior com a fórmula acima:

$$C_{n,p} = \frac{5!}{3! (5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 (2 \times 1)} = 120 : 12 = 10$$

Indo agora ao programa COMBINA para cálculo de Combinações usando como exemplo $n=3$ e $p=2$.

Obtenção das sequências de Combinações para $n=3$ e $p=2$ no COMBINA. Observe que foram geradas as seguintes sequências:

1 – 01 -02
2- 01 – 03
3 – 02 – 03

O resultado das Combinações totalizou 3 combinações possíveis. Se usarmos a fórmula $C_{n,p}$, teremos:

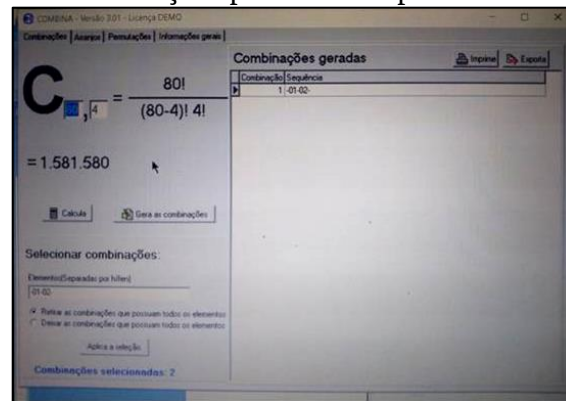
$$C_{3,2} = \frac{3 \times 2 \times 1}{(3-2) \times 2} = 3$$

Ou seja, para $n=3$ e $p=2$ tem-se 3 combinações possíveis que é o conjunto de sequências possíveis para esses valores $n=3$ e $p=2$:

{01-02; 01-03; 02-03}

Agora, utilizou-se uma combinação onde $n=80$ e $p=4$. O programa calcula a quantidade de combinações possíveis para esse n e p que é 1.581.580 combinações. Ao clicar na poção “gerar combinações” temos acesso a todas as combinações que podem ser copiadas e transferidas para o Excel ou Word (Figuras 13 e 14):

Figura 16 - Total de combinações para $n=80$ e $p=4$. Calculado no COMBINA



Fonte: <https://www.adisioribeiro.com.br/combina.html>

Ainda no quesito “Combinações” do programa COMBINA, pode-se obter e selecionar combinações usando os itens: “gerar combinações” e “selecionar combinações”.

Agora lança-se a seguinte indagação: Como manusear o Arranjo (A) no programa COMBINA?

Para experienciar esse viés da ferramenta COMBINA, inicialmente será realizada uma explanação sobre os cálculos com Arranjo.

De acordo com Cleiton Batista Vasconcelos e Manoel Americo Rocha (2019), os arranjos simples e os arranjos com elementos repetidos são agrupamentos que consistem na escolha e ordenação de parte dos elementos de uma coleção finita de objetos dados. Assim, temos, por exemplo:

A partir dos algarismos 1, 2, 3, 4 e 5 vamos escolher três entre eles e formar um número de três algarismos distintos, ou seja, um arranjo simples. Ainda, vamos formar um arranjo com elementos repetidos, isto é, repetindo os três algarismos escolhidos. Dessa forma, são arranjos simples a partir da referida escolha, tomados 3 a 3:

123, 324, 154, 135, 145, 132

Agora, exemplos de arranjos desses algarismos tomados 3 a 3:

113, 235, 233, 344, 555, 432, 454

Qual o interesse? Determinar o número de arranjos simples e o número de arranjos desses algarismos tomados 3 a 3! Então,

Arranjo simples: Dados os números inteiros positivos n e p , com $1 \leq p \leq n$, um arranjo simples dos n objetos distintos $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ tomados p a p é qualquer ordenação de p objetos diferentes escolhidos dentre esses objetos

Ainda, tem-se que:

Arranjo com elementos repetidos: Dados os números inteiros positivos n e p , com $1 \leq p \leq n$, um arranjo com repetição dos n objetos distintos $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ tomados “ p a p ” é qualquer ordenação de p objetos, diferentes ou não, escolhidos dentre esses objetos

Quanto ao número de arranjos simples:

O número de arranjos simples de “ n ” objetos tomados “ p a p ” pode ser determinado pelo produto $n \times (n - 1) \times (n - 2) \times (n - 3) \times \dots \times (n - p + 1)$.

Indicando agora esse número por $A_{n,p}$:

$$A_{n,p} = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times (n - 3) \times \dots \times (n - p + 1).$$

Em se referindo ao número de arranjos com repetição, tem-se que:

O número de arranjos com repetição de n objetos tomados “ p a p ” ($1 < p \leq n$) pode ser determinado pelo produto $n \times n \times n \times \dots \times n$, p fatores.

Indicando esse número por $(AR)_{n,p}$, tem-se:

$$(AR)_{n,p} = n \times n \times n \times n \times \dots \times n = n^p.$$

Em síntese:

O número de arranjos simples ou o número de arranjos com elementos repetidos de “ n ” objetos tomados 1 a 1 é igual a n .

Exemplificando o uso dessa ferramenta matemática de acordo com Cleiton Batista Vasconcelos e Manoel Americo Rocha (2019):

Se numa sala de aula com 20 alunos disponibilizarmos bolsas de estudos para os 5 primeiros colocados, com bolsas de valores diferentes, cada bolsa possível é um arranjo simples dos 20 alunos tomados 5 a 5.

Solucionando:

O número de maneiras de doar as distintas bolsas de estudos aos 5 alunos da sala com 20 alunos é encontrado pelo cálculo do Arranjo dos 5 primeiros colocados de uma turma de 20 alunos que é dado por:

$$A_{20,5} = 20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 = 1.860.480$$

Pode-se também usar a seguinte fórmula:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

O **n** é o número total de eventos e **p** objetos diferentes escolhidos dentre estes. Assim no exemplo acima citado, $n=20$ e $p=5$.

Calculando o Arranjo no exemplo anterior:

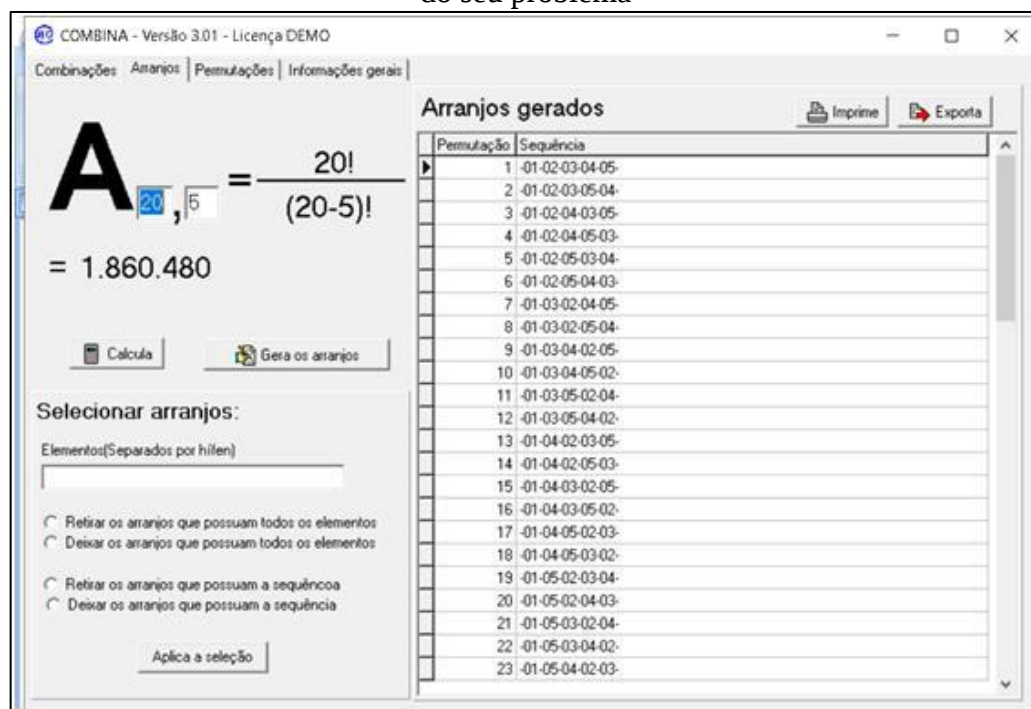
$$A_{20,5} = (20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 \times 15!): (15!)$$

$$A_{20,5} = 20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 = 1.860.480$$

Agora, trazendo esse mesmo problema matemático para dialogar com as ferramentas do COMBINA (Figura 15).

Entrando, no programa COMBINA via download gratuito da versão 3.01, licença DEMO foram então inseridos (conforme figura 15) o $n = 20$ e $p = 5$ referentes ao problema exemplificado anteriormente. Foi encontrado então o valor do $A_{20,5}$.

Figura 15 - Arranjo no COMBINA. Observe as janelas disponibilizadas para escrever o n e o p do seu problema



Fonte: <https://www.adisioribeiro.com.br/combina.html>

Assim, além de se obter nesse programa a solução do $A_{20,5}$, que é 1.860.480, o programa também permitiu o acesso de todos os arranjos gerados usando a janela “gerar arranjos”.

Os arranjos podem ser copiados e lançados no Excel ou outro programa com plataformas gráficas. Também é possível usando a janela “selecionar arranjos” retirar uma região do arranjo no geral e transferir para uma área de trabalho ou lançar numa plataforma tipo Excel.

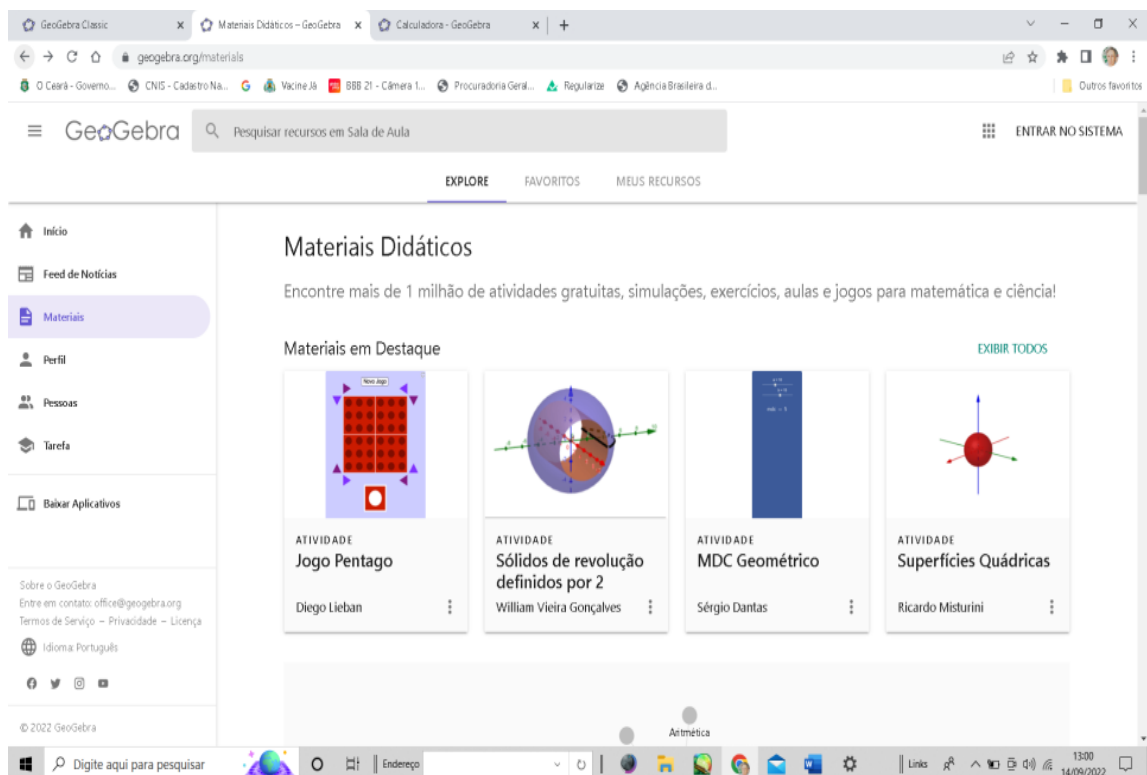
4.2 O Geogebra

Como o GEOGEBRA auxilia no ensino e na aprendizagem da matemática? Quais ferramentas e funções podem ser utilizadas no GEOGEBRA? Como funciona as ferramentas de cálculos de probabilidade no GEOGEBRA?

Inicialmente, no intuito de conhecer o programa, foi feito o acesso online do GEOGEBRA Clássico no https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT

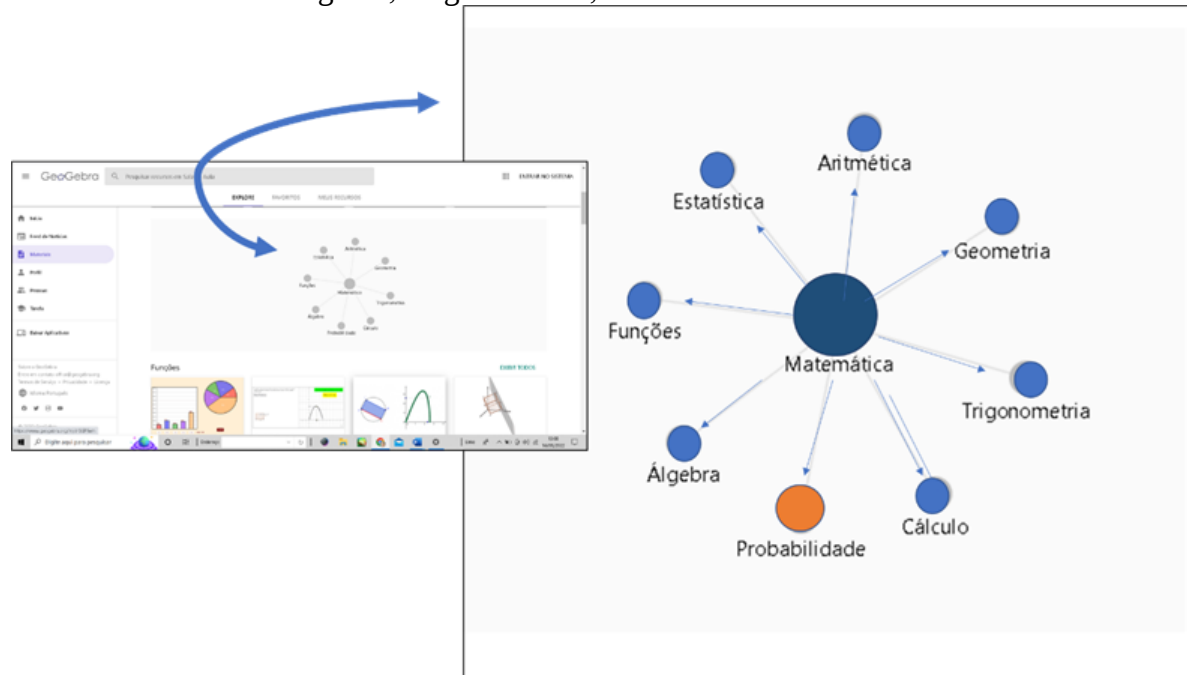
Nas figuras 16, 17 e 18 pode-se visualizar os materiais didáticos ou ferramentas didáticas do COMBINA.

Figura 16 - Materiais didáticos do Combina: Jogo Pentago; Sólidos de revolução definidos por 2; MDC geométrico e Superfícies Quádricas



Fonte: https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT

Figura 17 - Operações no Geogebra: Estatística, Aritmética, Geometria, Funções, Matemática, Álgebra, Trigonometria, Probabilidade e Cálculo



Fonte: https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT

Dentro do contexto da experimentação como software Geogebra buscando referências sobre sua colaboração e facilitação do ensino e da aprendizagem da matemática, o presente trabalho de pesquisa trouxe nesse espaço uma comunicação de relatos de professores e autores que fizeram uso juntos aos seus alunos do GEOGEBRA.

Falkembach e colaboradores (2014), numa experiência escolar com o Geogebra concluíram que:

(...) a partir do software GeoGebra”foram desenvolvidas atividades relacionadas ao conteúdo de Função Exponencial com duas turmas de Ensino Médio, sendo que em uma foi trabalhado de maneira tradicional e na outra foi utilizado o software. Ficou comprovado, que a partir do uso deste objeto de aprendizagem, os alunos demonstraram maior interesse e uma melhor compreensão do conteúdo (HEPP’FALKEMBACH, 2014, s/p)

No artigo denominado “A Utilização do software Geogebra no Ensino e Aprendizagem da Matemática, a autora Tatiane Alves Cardoso (2019) construiu as seguintes considerações:

(...) “Vimos que, por meio do software Geogebra podemos criar, construir e desenvolver objetos de aprendizagem, bem como manipulá-los para uma melhor obtenção do conhecimento relativo ao estudo do mesmo e uma maior fixação dos conteúdos pelos alunos. O software pode movimentar as figuras em diversas direções, podendo ser trabalhadas as propriedades das figuras geométricas, os conceitos de semelhança e congruência, cálculo de ângulos, conteúdos algébricos, dentre outros. O Geogebra pode contribuir com a matemática no que diz respeito à Geometria plana; Álgebra; Planilha de cálculo; Gráficos; Probabilidade; Estatística; Cálculos simbólicos; Vetores e Cartografia. Esperamos assim, ter alcançado o objetivo dessa investigação que era de identificar formas de se utilizar o software Geogebra no ensino

e na aprendizagem da matemática, tanto no que diz respeito à álgebra como também à geometria para uma aprendizagem significativa” (CARDOSO, 2019, s/p).

Os autores e professores Letícia Lopes Hespanhol, Liliane Nicola, Caio Robério Barpp da Silva, Carla Margarete Ferreira dos Santos e Elizete Maria Possamai Ribeiro (2016) discutiram em função do estudo da geometria no uso do GEOGEBRA que:

(...) A utilização do software GeoGebra nas aulas de matemáticas realizadas na escola Ildo Meneghetti de Passo de Torres possibilitou uma visão realista sobre a utilização dessa metodologia em sala de aula. Por meio da aplicação de questionários no final de cada etapa, foi possível avaliar a participação de cada aluno, a habilidade para utilizar o programa, além de possibilitar um comparativo entre o conhecimento inicial e final de cada aluno. O objetivo proposto neste trabalho foi parcialmente alcançado. Ao retomar conceitos que já haviam sido trabalhados em aulas anteriores pela professora da classe e também conceitos que deveriam ter sido vistos em outros anos, pode-se perceber a dificuldade dos alunos quanto à geometria. Os alunos não tinham consciência da real importância da geometria e o quanto ela está ligada ao cotidiano, esta não conscientização dificultou o desenvolvimento da prática, pois não havia, por parte dos alunos, um interesse imediato pelo conteúdo. (...) com a utilização da planta e do software foi possível perceber que os alunos se motivaram mais, o que facilitou a compreensão dos conceitos práticos para o desenvolvimento dos desenhos. Os resultados foram relevantes, pois além de mostrar a esses alunos a importância da geometria, pode-se notar por meio da aplicação da atividade a dificuldade que os docentes possuem de lidar com o novo” (HESPAÑHOL, *et. al*, 2016, s/p).

Já os professores Naiane Gajo Silva, Gladys Denise Wielewski, Nazime Sales Filho e Sérgio Antônio Wielewski da Universidade Federal de Mato Grosso, Campus Cuiabá, no artigo por eles publicado intitulado por “GEOGEBRA: uma experiência no estudo de Probabilidade e Estatística no Ensino Superior” afirmaram que:

o software Geogebra tem muitas vantagens, uma delas é possuir GNU - *General Public License*, ou seja, é um software livre, podendo ser utilizado para qualquer propósito e ser redistribuído livremente. (...) utilizem essa ferramenta no estudo da Estatística e que também poderá ser utilizada, surgindo interesse dos alunos, no estudo de outras disciplinas matemáticas no decorrer do curso” (SILVA, *et.al*, 2015, s/p).

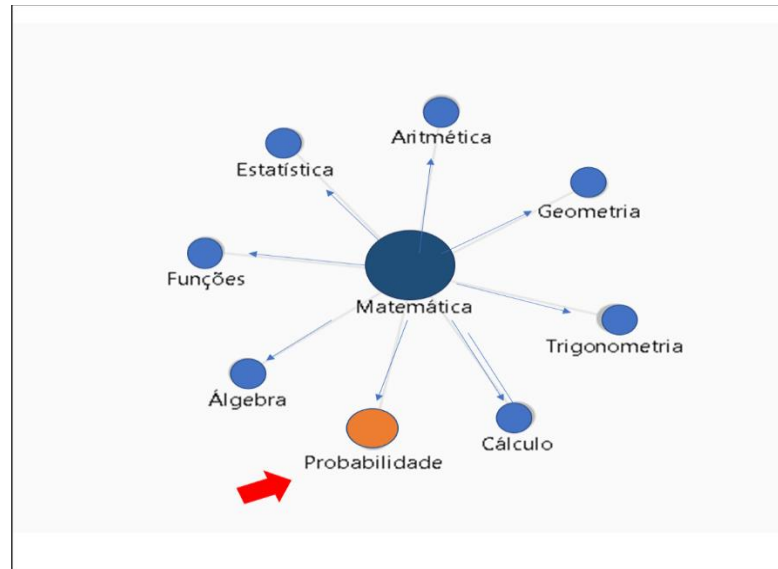
No presente trabalho, correlacionando os materiais lúdicos comunicados e aplicados anteriormente em problemas percorridos na seção 3 e no percurso da presente seção 4 como também fazendo correlação com os softwares do MEC aqui comunicados, desenvolveu-se então um projeto de trabalho para uso do GEOGEBRA no contexto dos assuntos Probabilidade e Análise Combinatória.

Os assuntos probabilidades e Análise Combinatória são bastante relevantes no Ensino Médio, já que são estudados e aplicados na Estatística como auxílio a compreensão de gráficos correlacionados a muitos outros assuntos de outras matérias como História e Geografia; em questões de matemática assim como também são indispensáveis no contexto assuntos das Ciências Biológicas como é o caso do estudo da Genética nos mecanismos de hereditariedade.

Dessa forma, os conteúdos de matemática probabilidades e Análise Combinatória são dinâmicos e transversais.

Inicialmente, após acessar gratuitamente o GEOGEBRA, na opção “Menu” foi escolhido inicialmente o programa probabilidade. O seguinte panorama foi visualizado (Figura 18):

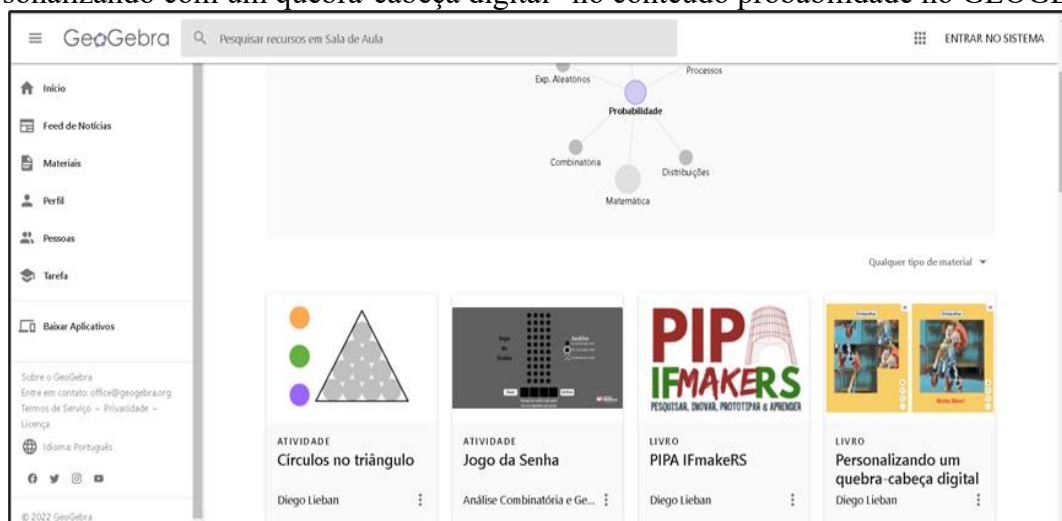
Figura 18 - Panorama visível no site do GEOGEBRA. Escolhendo o assunto “probabilidade”



Fonte: adaptado pelo autor de <https://www.geogebra.org/classic>

A seguir, foi feito um recorte do universo de recursos contidos no Geogebra os quais podem ser visualizados na figura 19: “Círculos no triângulo”; “Jogo da Senha”; “PIPA IFmakeRS” e “Personalizando com um quebra-cabeça digital”.

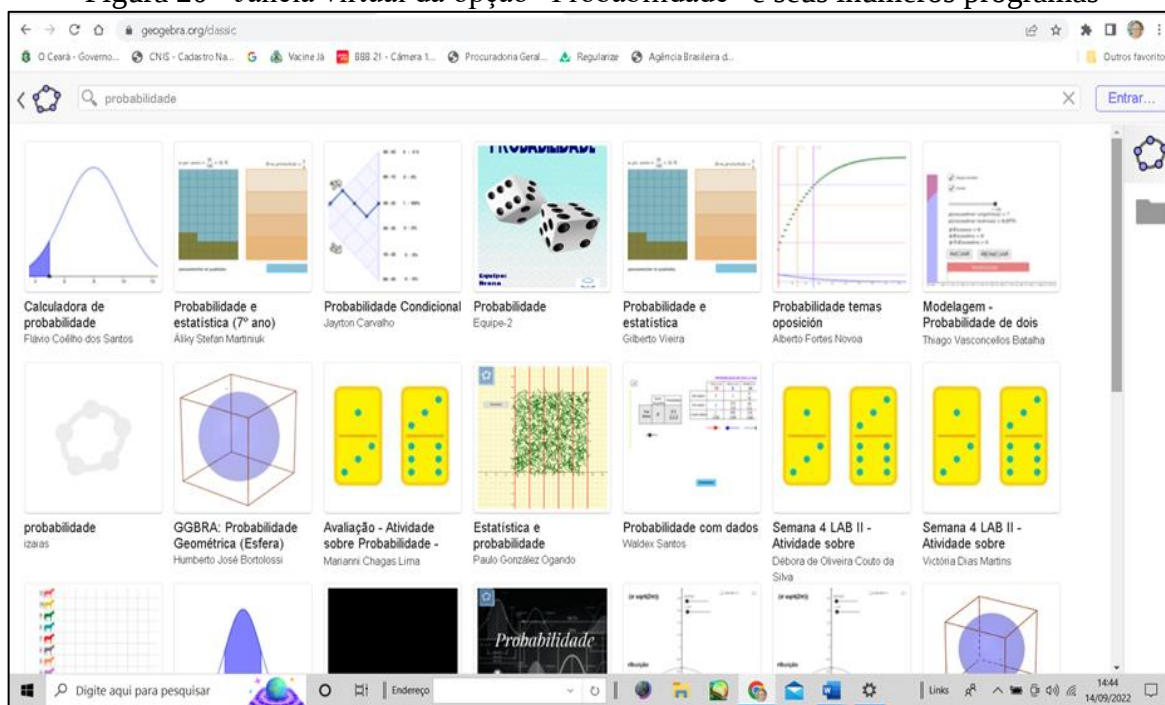
Figura 19 - Os recursos “Círculos no triângulo”; “Jogo da Senha”; “PIPA IFmakeRS” e “Personalizando com um quebra-cabeça digital” no conteúdo probabilidade no GEOGEBRA



Fonte: <https://www.geogebra.org/classic>

No momento exploratório do software ao clicar em “pesquisar” e em seguida abrir a janela “Probabilidade” surgem aos olhos do observador/pesquisador inúmeros programas que foram elaborados por vários professores e pesquisadores e que estão disponibilizados em forma de conteúdos que podem ser dinamizados como mostra a figura 20.

Figura 20 - Janela virtual da opção “Probabilidade” e seus inúmeros programas



Fonte: <https://www.geogebra.org/classic>

O Geogebra então disponibiliza inúmeros programas com conteúdo de probabilidade criados por professores e matemáticos. Segue abaixo uma lista selecionada dentre estes programas:

- “Modelos de probabilidade” (João Cruz)
- “Soma de dois dados” (Carlos Carvalho)
- “Probabilidades” (João Cruz)
- “Lançamento de um dado perfeito” (Carlos Carvalho)
- “Roleta colorida” (Mathgebra)
- “Rifa” (Mathgebra)
- “As flores da D. Amélia” (Mathgebra)
- “Sacando as cartas de uma baraja”(ManuelSada)
- “Coinson board” (Luis Miguel López Herranz).

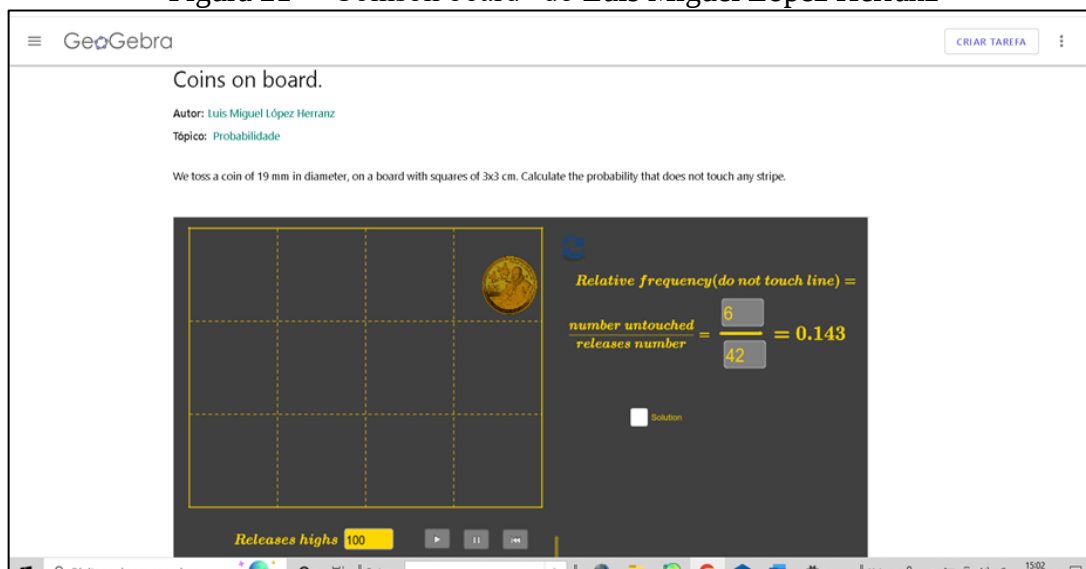
No percurso do presente trabalho de pesquisa foram visitados e experienciados alguns dos recursos e suas ferramentas que simulam problemas de probabilidade. Aos experienciar

esses recursos TIs (tecnologias de informação) havia o intuito de alcançar o objetivo da experiência como professor de matemática e apresentar percepções e impressões dessas ferramentas no presente trabalho de Tese como forma de colaborar com outros professores que devam utilizar essa experiência como referência.

Dessa forma, considerações acerca destas experiências com recursos do GEOGEBRA serão aqui descritas tendo o objetivo de tecer significativas considerações de meios facilitadores do ensino e da aprendizagem da matemática no Ensino Médio, particularmente da Análise Combinatória e da Probabilidade.

Inicialmente a pesquisa experimental ocorreu com o programa denominado “Coinson board” do Luis Miguel López Herranz (Figura 21). Nessa primeira exigência e também depois nas demais programas visitados e experienciados foi elaborado um fichamento para cada programa.

Figura 21 - “Coinson board” do Luis Miguel López Herranz



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/ztcUrgk3>

Listando então agora os programas no formato de fichamento:

Programa: GEOGEBRA

Recurso: “Coinson board” (Moedas a bordo)

Autor: Luis Miguel López Herranz

Tópico: Probabilidade

Endereço eletrônico: “We toss a coin of 19 mm in diameter, on a board with squares of 3x3 cm. Calculate the probability that does not touch any stripe”.

<https://www.geogebra.org/m/ztcUrgk3> Traduzindo: “Jogamos uma moeda de 19 mm

de diâmetro, em um tabuleiro com quadrados de 3x3 cm e calculamos a probabilidade de não tocar em nenhuma faixa”.

Como ocorreu essa experiência?

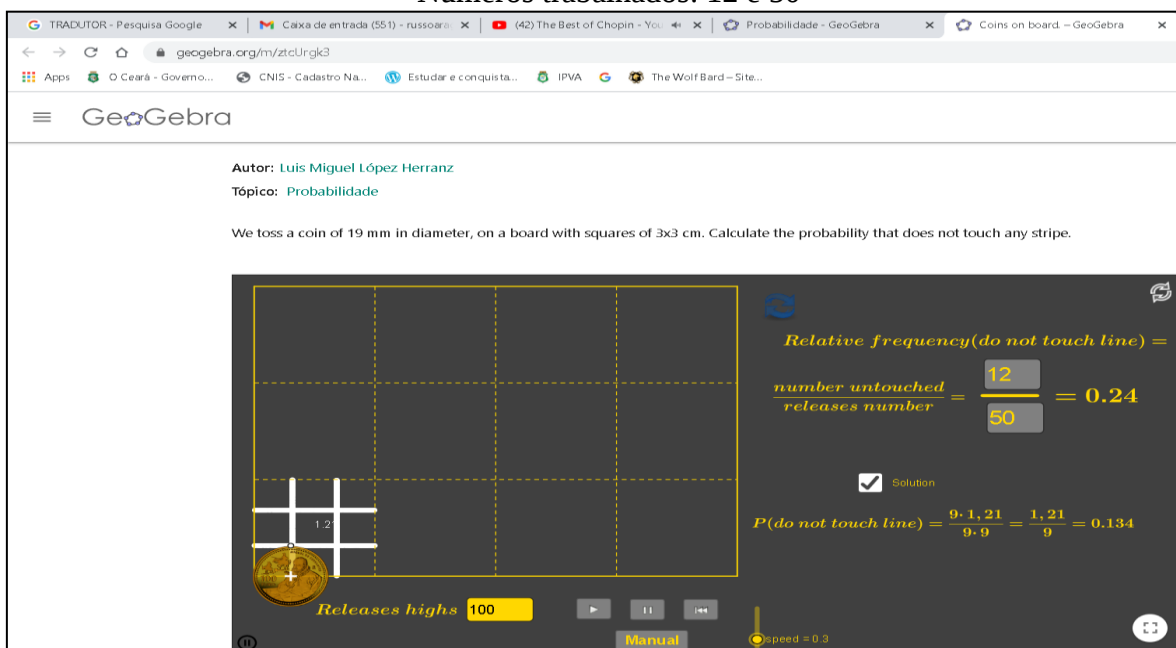
Aos leitura das instruções escolheu-se aleatoriamente na simulação desse jogo o valor 12 para o número intocado (*numberuntouched*) e o valor 50 para o número de lançamentos (*releasesnumber*).

Calculou-se então a Relative frequency (*do nottouchline*) dividindo o *numberuntouched* (12) pelo *releasesnumber* (50).

O número encontrado (no caso $12/50 = 0,24$) é a Frequência Relativa (*do nottouchline*) que traduzido significa “não toque na linha” entre o número intocado (12) e a quantidade de lançamentos (50).

Na figura 22 visualiza-se a janela do GEOGEBRA para a presente experiência com o *Coins in board*;

Figura 22 - Trabalhando com o O*Coins in board* do GEOGEBRA no presente trabalho.
Números trabalhados: 12 e 50



. Fonte: <https://www.geogebra.org/m/ztcUrgk3>

Seguindo então com a experiência no Geogebra:

Programa: GEOGEBRA

Recurso: “As flores da D. Amélia”

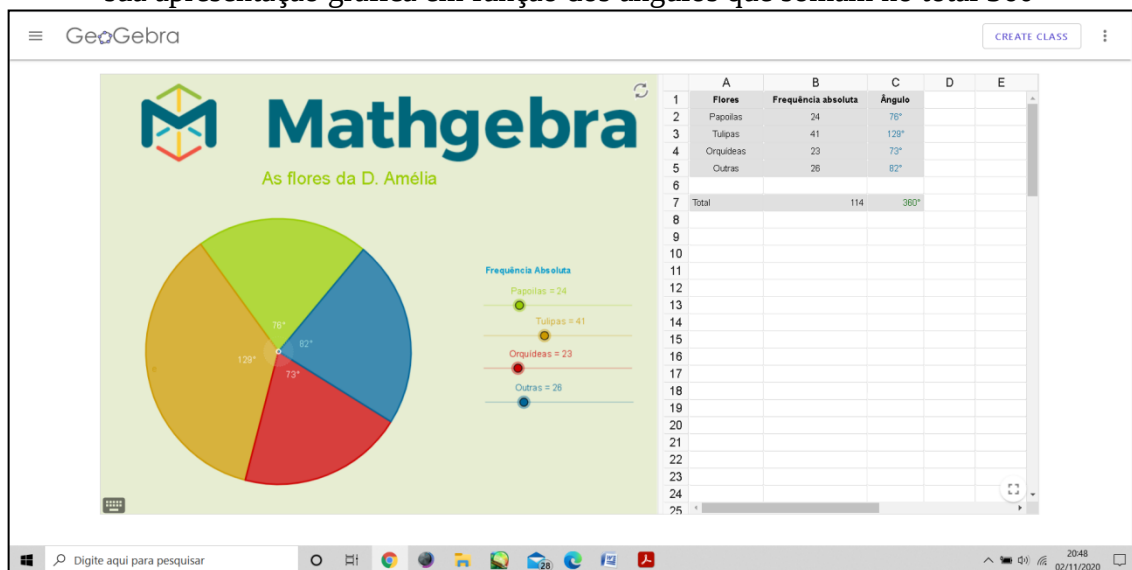
Autor: Mathgebra

Tópico: Gráfico de função, Probabilidade, Estatística.

Endereço eletrônico:

<https://www.geogebra.org/search/As%20Flores%20da%20D.%20Am%C3%A9lia>

Figura 23 - “As Flores da D. Amélia”. Relação entre frequência absoluta das flores (evento) e sua apresentação gráfica em função dos ângulos que somam no total 360°



Fonte: <https://www.geogebra.org/search/As%20Flores%20da%20D.%20Am%C3%A9lia>

Foram escolhidas as flores papoula, tulipas, Orquídeas e outras flores. O programa calcula, no contexto da amostragem, a frequência absoluta dessas amostras de flores e os respectivos ângulos no programa. A visualização é gráfica. Logo a seguir no quadro 3 está demonstrada essa distribuição.

Quadro 3 - Relação entre amostra de flores, frequência absoluta e valores dos ângulos no programa “As Flores da D. Amélia” no software GEOGEBRA

A	B	C
Flores	Frequência absoluta	Ângulo
2 Papoulas	24	76°
3 Tulipas	41	129°
4 Orquídeas	23	73°
5 Outras	26	26°
Total	114	360°

Fonte: Elaborado pelo autor

Experienciando agora o programa “Lançamento de um dado cúbico perfeito”. Segue o fichamento desse recurso tecnológico:

Programa: GEOGEBRA

Recurso: “Lançamento de um dado cúbico perfeito”

Autor: Carlos Carvalho

Tópico: Probabilidade

Figura 24 - GEOGEBRA. O lançamento de um dado cúbico perfeito



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/ZPtcCu72>

Discutindo as afirmativas do jogo acima descrito:

a) A chance no lançamento de ocorrer voltada para cima qualquer um dos números de pontos do dado (1, 2, 3, 4, 5 ou 6) é igual para todos = $1/6$

R- Afirmativa falsa

b) Faces pares: 2, 4 e 6; Faces ímpares: 1 e 3. A chance de ocorrer uma face voltada para cima que seja par em um lançamento do dado é $= 3/6$; A chance de ocorrer uma face voltada para cima que seja ímpar em um lançamento do dado é $= 2/6$

R- Afirmativa falsa. A chance de ocorrer uma face par é maior do que a chance de ocorrer uma face ímpar em um lançamento de um dado.

c) Afirmativa correta.

Experienciando o programa “Rifa”. Segue o fichamento:

Programa: GEOGEBRA

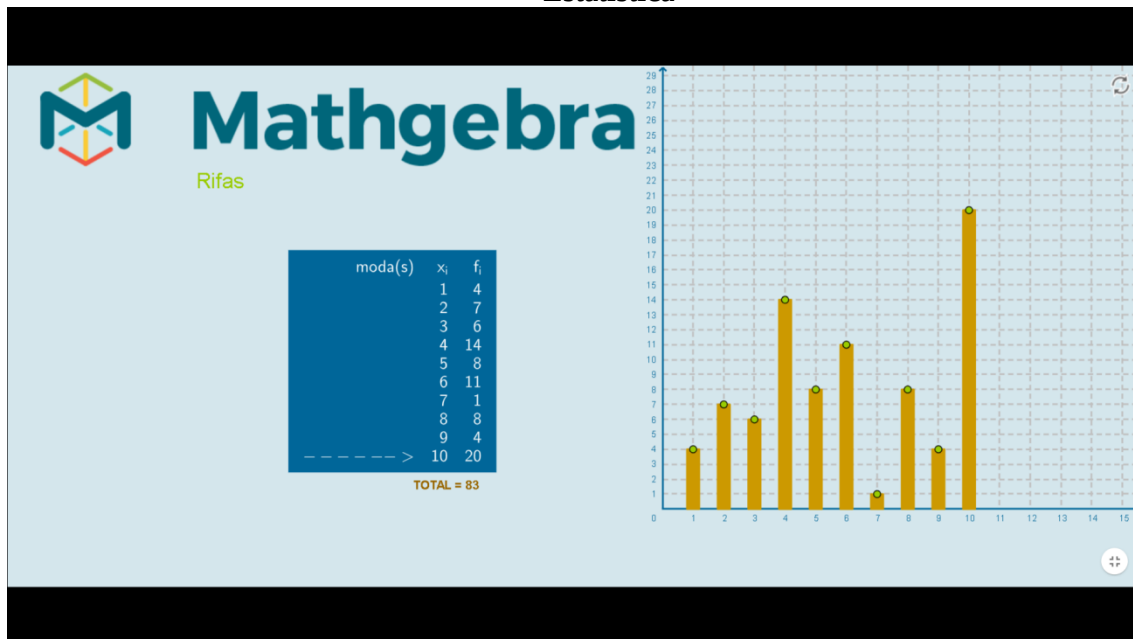
Recurso: “Rifa”

Autor: Mathgebra

Tópico: Médias, Moda, Probabilidade, Estatística

Nesse jogo, você pode mover a média da(s) coluna (s) do gráfico e os valores de x e y serão automaticamente alterados de acordo com esse(s) movimento(s). Dessa forma, você pode estabelecer várias coordenadas relativas ao gráfico padrão do recurso “A Rifa” e usá-las em função de problemas a serem solucionados (Figura 25)

Figura 25 - Dinâmica do recurso TI “A Rifa”. GEOGEBRA. Conteúdo: Moda, Probabilidade, Estatística



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/VjszU6P5>

5 VERIFICANDO ENSINO E A APRENDIZAGEM DOS ASSUNTOS PROBABILIDADE E ANÁLISE COMBINATÓRIA NA MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO NA EEM MARIANO MARTINS

5.1 Materiais e Métodos

5.1.1 Materiais

Instrumento questionário com perguntas dirigidas aos alunos referentes ao aprendizado de Análise Combinatória e probabilidade.

5.1.2 Métodos

Foi aplicado um questionário com 10 perguntas referentes ao aprendizado de probabilidades e análise combinatória a uma amostra aleatória de 140 alunos do ensino médio da EEM Mariano Martins, localizada na cidade de Fortaleza, Ceará. As perguntas também envolveram a questão de softwares educativos voltados para o ensino e aprendizagem da matemática como colaboradores no trabalho do professor e na facilitação do aprendizado.

Os dados foram coletados e tratados estatisticamente no programa Excel.

Os resultados foram apresentados em números absolutos de quantidade de respostas SIM e NÃO dos alunos referentes a cada uma das perguntas do questionário dicotômico.

Tabelas e gráficos foram construídos no programa Excel.

5.2 Discussão dos resultados

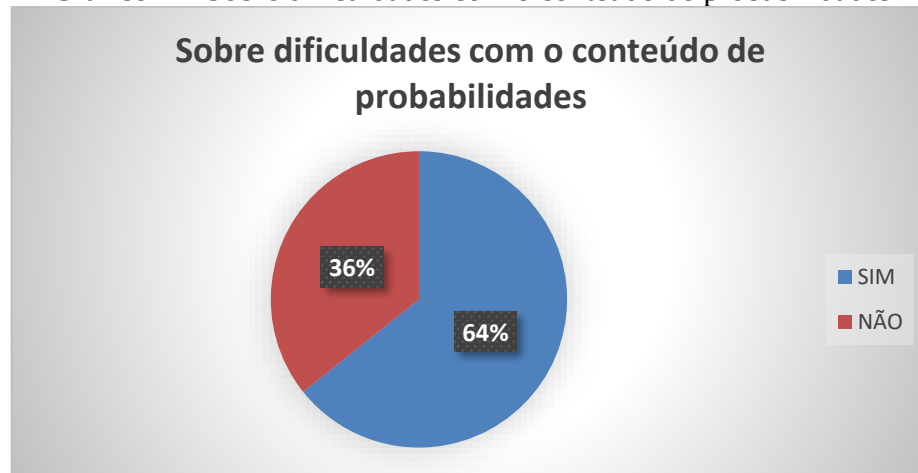
Pergunta 01 - Você tem dificuldade no conteúdo de probabilidade?

Tabela 1 – Sobre dificuldades com o conteúdo de probabilidades

PERGUNTA	Quantidade de SIM	Quantidade de NÃO
01	90	50

Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 1 – Sobre dificuldades com o conteúdo de probabilidades



Fonte: Elaborado pelo autor

Os alunos que responderam aos questionários, comentaram que a dificuldade de aprender probabilidade deve-se a conteúdos que não foram trabalhados anteriormente, e que o professores que utilizaram aplicativos na sua estratégia de ensino-aprendizagem, conseguiram melhores resultados.

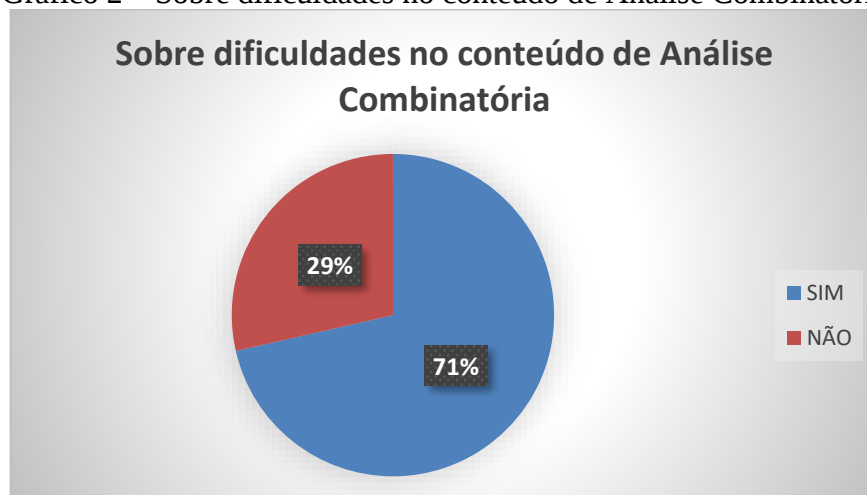
Pergunta 02 - Você tem dificuldade no conteúdo de Análise Combinatória?

Tabela 2 - Sobre dificuldades no conteúdo de Análise Combinatória

PERGUNTA	Quantidade de SIM	Quantidade de NÃO
02	100	40

Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 2 – Sobre dificuldades no conteúdo de Análise Combinatória



Fonte: Elaborado pelo autor

A análise combinatória é um conteúdo que precisa de uma interpretação de texto mais qualificada e uma técnica de leitura mais específica e envolve muita leitura e modelos matemáticos. Habilidades essas que deveriam ter sido trabalhadas em series anteriores. Os professores que conseguiram melhores resultados com seus alunos na apropriação dessas habilidades, foram os que trabalharam a leitura e que utilizaram os laboratórios de informática.

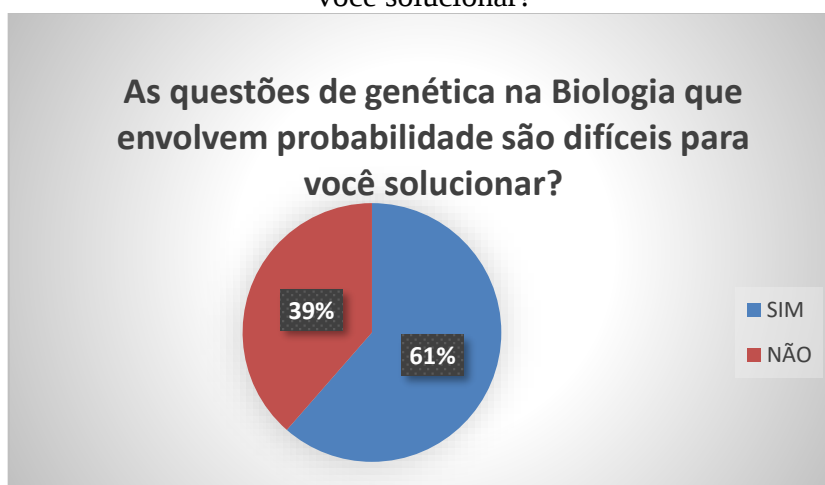
Pergunta 03 - As questões de genética na Biologia que envolvem probabilidade são difíceis para você solucionar?

Tabela 3 - As questões de genética na Biologia que envolvem probabilidade são difíceis para você solucionar?

PERGUNTA	Quantidade de SIM	Quantidade de NÃO
03	86	54

Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 3 - As questões de genética na Biologia que envolvem probabilidade são difíceis para você solucionar?



Fonte: Elaborado pelo autor

Os alunos responderam que a dificuldade de aprender as leis de Mendel em biologia devia-se a uma defasagem na apropriação das habilidades e competência que envolvia os conteúdos da probabilidade.

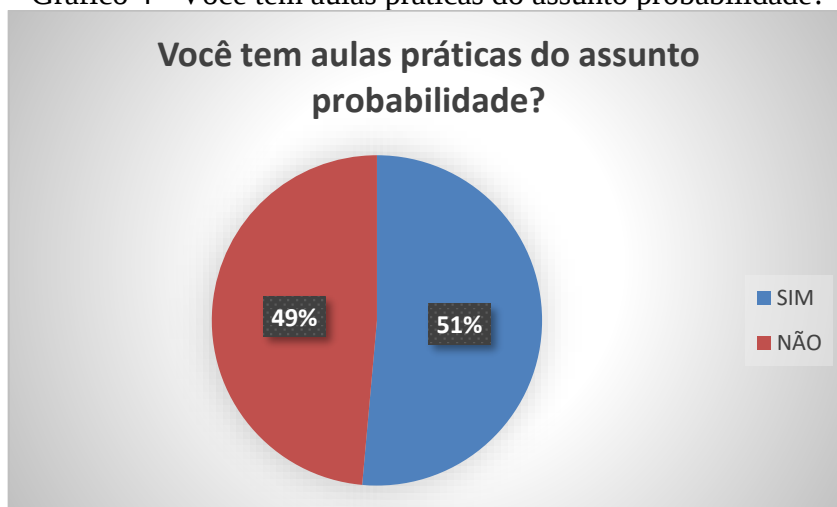
Pergunta 04 - Você tem aulas práticas do assunto probabilidade?

Tabela 4 - Você tem aulas práticas do assunto probabilidade?

PERGUNTA	Quantidade de SIM	Quantidade de NÃO
04	72	68

Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 4 - Você tem aulas práticas do assunto probabilidade?



Fonte: Elaborado pelo autor

- Discussão dos resultados:

A escola possui um laboratório de informática com 40 computadores conectados a uma internet de banda larga. A escola tem professores que utilizam o laboratório e outros que ainda não utilizaram o laboratório e que nas suas aulas quase não utilizam material concreto.

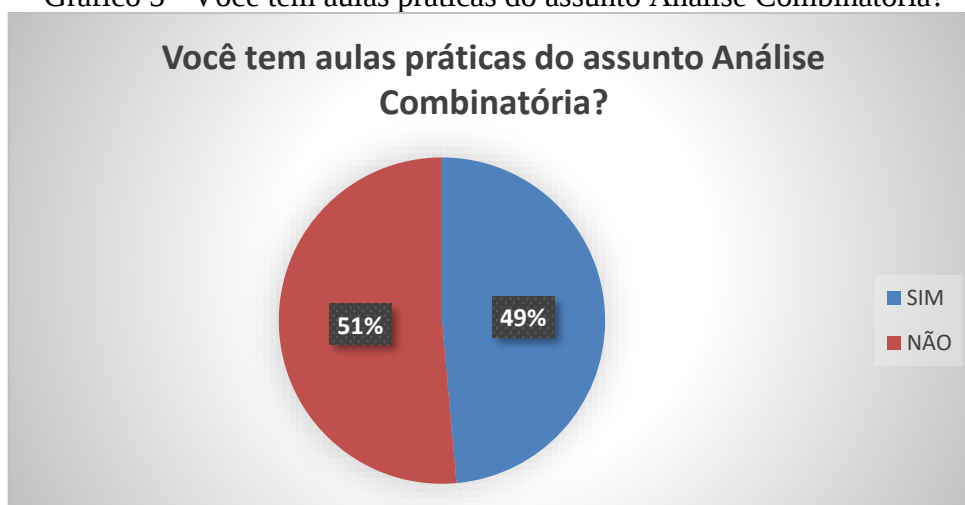
Pergunta 05 – Você tem aulas práticas do assunto Análise Combinatória?

Tabela 5 - Você tem aulas práticas do assunto Análise Combinatória?

PERGUNTA	Quantidade de SIM	Quantidade de NÃO
05	68	72

Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 5 - Você tem aulas práticas do assunto Análise Combinatória?



Fonte: Elaborado pelo autor

-Discussão dos resultados:

Nessa questão da análise combinatória, os comentários dos alunos ficaram entorno da questão anterior. A escola possui professores que utilizam o laboratório com bastante frequência e utilizam material concreto para aplicar as teorias estudadas. Em contraponto temos também professores ficam apenas nas aulas expositivas. Segundo os alunos, as aulas práticas com utilização de material reciclável na construção dos experimentos facilitam muito aprendizagem da análise combinatória.

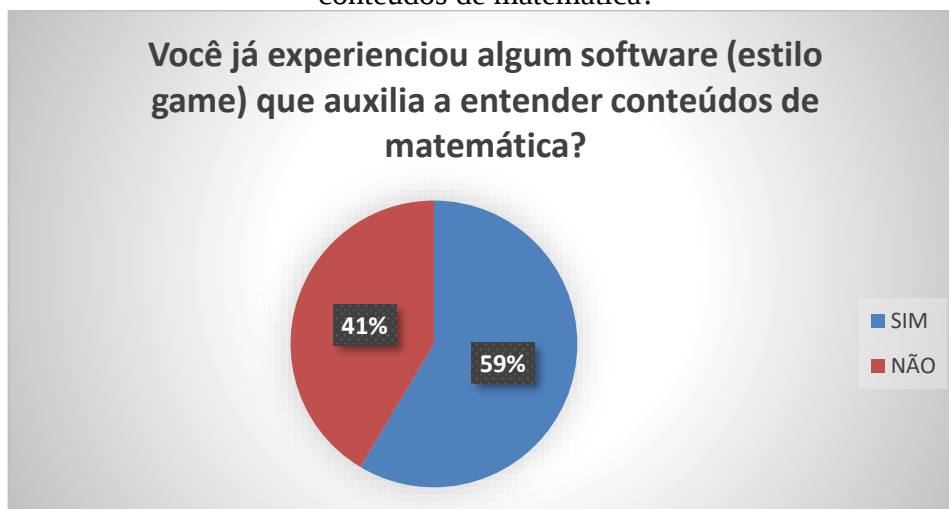
Pergunta 06-Você já experienciou algum software (estilo game) que auxilia a entender conteúdos de matemática?

Tabela 6 -Você já experienciou algum software (estilo game) que auxilia a entender conteúdos de matemática?

PERGUNTA	Quantidade de SIM	Quantidade de NÃO
06	82	58

Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 6 -Você já experienciou algum software (estilo game) que auxilia a entender conteúdos de matemática?



Fonte: Elaborado pelo autor

- Discussão dos resultados:

Nessa questão, 82 alunos relataram que tiveram contado com alguns aplicativos no ensino fundamental como: iMathematics, Socratic e Tindin. E com esses aplicativos utilizados por professores no ensino fundamental eles despertaram o interesse pela matemática.

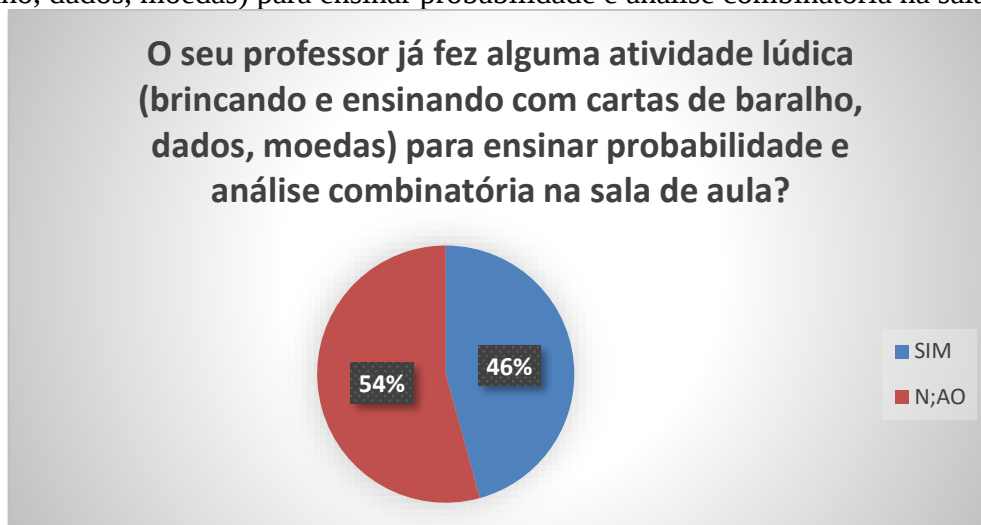
Pergunta 7- O seu professor já fez alguma atividade lúdica (brincando e ensinando com cartas de baralho, dados, moedas) para ensinar probabilidade e análise combinatória na sala de aula?

Tabela 7 - O seu professor já fez alguma atividade lúdica (brincando e ensinando com cartas de baralho, dados, moedas) para ensinar probabilidade e análise combinatória na sala de aula?

PERGUNTA	Quantidade de SIM	Quantidade de NÃO
07	64	76

Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 7 - O seu professor já fez alguma atividade lúdica (brincando e ensinando com cartas de baralho, dados, moedas) para ensinar probabilidade e análise combinatória na sala de aula?



Fonte: Elaborado pelo autor

- Discussão dos resultados:

Na essa questão, 64 alunos disseram que em algum momento dos seus estudos os professores utilizaram material em suas aulas e que essas aulas forma marcantes em suas vidas trazendo significado no que estava sendo estudado. Mas a maioria disse não ter experienciado esse vivencia.

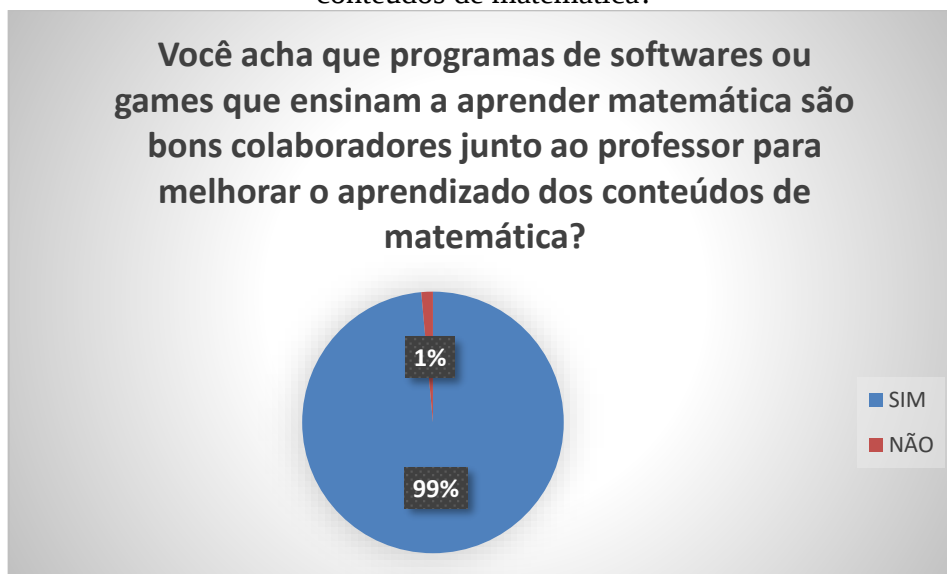
Pergunta 08 - Você acha que programas de softwares ou games que ensinam a aprender matemática são bons colaboradores junto ao professor para melhorar o aprendizado dos conteúdos de matemática?

Tabela 8 -Você acha que programas de softwares ou games que ensinam a aprender matemática são bons colaboradores junto ao professor para melhorar o aprendizado dos conteúdos de matemática?

PERGUNTA	Quantidade de SIM	Quantidade de NÃO
08	138	02

Fonte:Elaborado pelo autor

Gráfico 8 -Você acha que programas de softwares ou games que ensinam a aprender matemática são bons colaboradores junto ao professor para melhorar o aprendizado dos conteúdos de matemática?



Fonte: Elaborado pelo autor

- Discussão dos resultados:

138 alunos responderam que os softwares são facilitadores do processo ensino e aprendizagem e que era muito aplicar e utilizar um programa que ajudasse a mensurar e chegar aos resultados de forma mais simples e com confiança nos resultados.

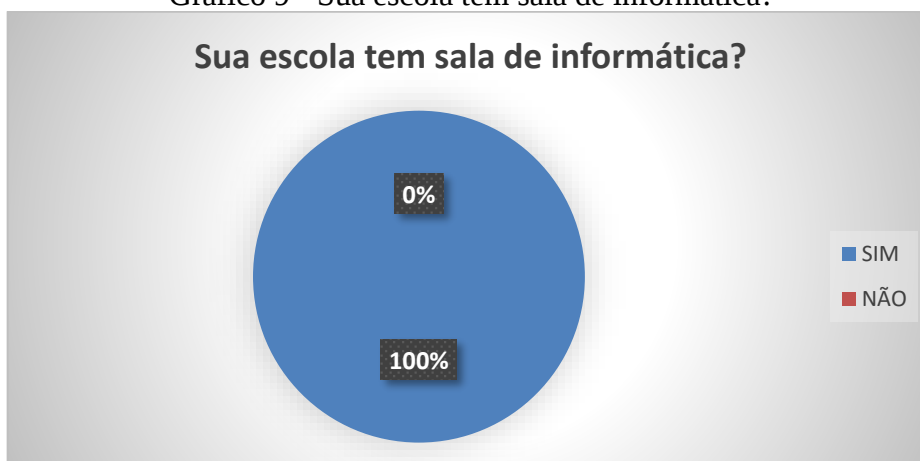
Pergunta 09 - Sua escola tem sala de informática?

Tabela 9 -Sua escola tem sala de informática?

PERGUNTA	Quantidade de SIM	Quantidade de NÃO
09	140	00

Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 9 - Sua escola tem sala de informática?



Fonte: Elaborado pelo autor

-Discussão dos resultados:

Todos os alunos têm conhecimento que a escola tem um laboratório de informática e lamentam não ter ainda sido utilizado em suas aulas. Tem professor que usa bastante e professores que ainda não utilizaram em suas aulas.

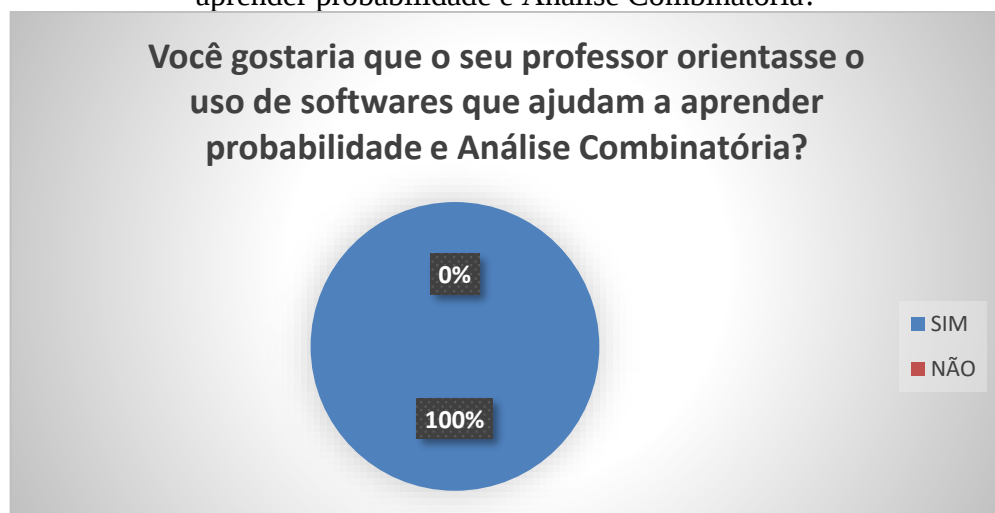
Pergunta 10- Você gostaria que o seu professor orientasse o uso de softwares que ajudam a aprender probabilidade e Análise Combinatória?

Tabela 10 - Você gostaria que o seu professor orientasse o uso de softwares que ajudam a aprender probabilidade e Análise Combinatória?

PERGUNTA	Quantidade de SIM	Quantidade de NÃO
10	140	00

Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 10 - Você gostaria que o seu professor orientasse o uso de softwares que ajudam a aprender probabilidade e Análise Combinatória?



Fonte: Elaborado pelo autor

- Discussão dos resultados:

Da mesma forma da questão anterior, a totalidade dos alunos pesquisados afirmaram: gostariam que seu professor orientasse o uso de software e alguns reforçaram dizendo que já utilizaram e continuam utilizando e com facilitam a aprendizagem e dar prazer em estudar a Matemática.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As tecnologias de informação e comunicação no mundo globalizado promoveram um grande impulso na economia do mundo inteiro. Assim, constantes modificações do mercado de consumo teve como exigência a utilização de novas tecnologias e um dinamismo nas políticas públicas de inclusão digital. Dessa forma, é de grande necessidade que órgãos públicos sejam subsidiados no desenvolvimento de políticas de utilização da Internet de forma a democratizar a informação. Nesse sentido, os *Web sites* e seus aplicativos devem ser disponibilizados de forma adaptável aos usuários e também distintos mecanismos de comunicação devem ser estabelecidos e ofertados aos cidadãos de modo inclusivo. Isso aponta para a urgente necessidade de uma robusta produção de programas de “inclusão digital” que deve ser elaborado pelos governos, principalmente pelos governos sul-americanos, onde é alta a incidência de exclusão digital.

O uso das Tecnologias de Informação (TIs) na Educação tem sido alvo de muitas discussões filosóficas e pedagógicas em Universidades, governos e empresas educacionais. Muitos trabalhos têm sido realizados nesses últimos 20 anos nesse sentido, buscando a visibilidade da eficácia do ensino remoto frente às diferenças sociais e culturais dos alunos e professores que são os principais autores envolvidos nesse processo.

De acordo com a ONU, o uso da Tecnologia de Informação e Comunicação é de grande relevância no contexto dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) no sentido do alcance da meta de vida digna para todos. A comunidade internacional está em mobilização em torno da Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável e as TICs são ferramentas dinamizadoras desse movimento. Há o reconhecimento da ONU no sentido de que as TICs têm o grande potencial para acelerar o progresso humano e fazer a ponte sobre o abismo digital global e avançar com o conhecimento. Ainda de acordo com a ONU, as TICs fornecem soluções inteligentes para lidar com a mudança climática, a fome, a pobreza e outros desafios globais, fundamentalmente dos cuidados com a saúde e acesso à educação. Finalmente, a ONU destaca as TICs como sendo “o motor que impulsiona soluções práticas e inovações que podem contribuir para o crescimento inclusivo”.

Autores apontam que os alunos de escolas públicas federais são os que têm um melhor acesso aos meios de Tecnologias de Informação e, por conseguinte, são estes os estudantes de escola pública que obtêm maior sucesso nas provas do ENEM no contexto das escolas particulares e escolas públicas, deixando visível que as TIs são importantes ferramentas colaborativas no ensino e na aprendizagem do Nível Médio, e que o incentivo de Políticas

Públicas voltadas para o incremento de TIs nas escolas públicas, principalmente nas escolas públicas estaduais, é meio colaborador e facilitador do ingresso de jovens estudantes de baixa renda nas Universidades.

No Brasil, um país com grandes desigualdades sociais, ainda constam como muito altos os índices de analfabetos funcionais e tecnológicos. Soma-se a essa realidade a questão econômica do poder de compra de celulares e computadores, como também a questão da instalação da internet, um serviço muito caro para a maioria dos brasileiros. Na zona rural, a situação é muito mais complicada, devido à ausência de sinal de internet associado ao problema da questão econômica da baixa renda da maioria da população rural. Esse panorama é um efeito complicador do uso da tecnologia de informação e comunicação na educação de muitas crianças e jovens adolescentes brasileiros, como também de muitos estudantes sul-americanos, colocando esses alunos numa situação de grande desvantagem em relação a outros estudantes que têm acesso as TICs e a Internet. Nessa discussão, visualizamos a urgente necessidade de as massas menos privilegiadas terem acesso às tecnologias de informação e comunicação e a Internet, ferramenta pela qual o acesso à informação torna-se uma realidade.

Há a possibilidade da diminuição da exclusão digital pela integração do aluno nos conteúdos de matemática com o auxílio das Tecnologias de Informação e Comunicação e a discussão sobre a formação dos professores licenciados em Matemática, que devem alcançar durante a sua formação uma *práxis* de uso das ferramentas dessas tecnológicas e fusioná-las aos conceitos e modelos matemáticos de forma a desenvolver meios de melhorar o ensino e a aprendizagem dos seus alunos pelo uso dessas ferramentas. Não obstante, o Estado necessita investir na Educação de forma a discutir, fomentar e promover meios ou recursos de inclusão digital, reformando os conteúdos de formação dos professores e os conteúdos programáticos do ensino da matemática que deve olhar para o futuro que já chegou.

Ao se falar em estatística e probabilidades é sabido que essas ferramentas são usadas em inúmeros vieses do cotidiano dos cidadãos, como na economia, na meteorologia, em padrões de Saúde Pública e outros importantes contextos sociais.

Em adição, a Análise Combinatória é outra relevante ferramenta e de igual importância, já que é fundamental como base da Ciência da Computação e da Tecnologia da Informação. Dessa forma, a alfabetização matemática é a pedra fundamental na construção do conhecimento dessas ferramentas matemáticas que chegam até a nosso ambiente por distintas maneiras como é o caso da ocorrência inusitada da pandemia atual.

O ensino e aprendizagem da Análise Combinatória e a Probabilidade podem ser realizados de forma conjunta e concomitante com o ensino e aprendizagem da Biologia, já que

são instrumentos matemáticos usados na solução de problemas que envolvem as Leis de Mendel no contexto da Genética Clássica. Assim, de acordo com os PCN/MEC, “é necessário que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la”.

No contexto da Análise Combinatória, uma lista de programas e ferramentas didáticas online está disponível no site do MEC uma coleção que engloba recursos educacionais que abordam conteúdos relacionados à contagem, desde o princípio fundamental da contagem até técnicas específicas como as permutações, arranjos e combinações. O referido projeto foi desenvolvido pela Unicamp (SP) e UFF (RJ), criado a partir de um Edital de 2007, do Ministério da Educação (MEC) e do Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT). O referido projeto foi concebido para a produção de conteúdo de Matemática, abrangendo o currículo básico da disciplina, nas três séries do Ensino Médio de acordo com o MEC.

No desenvolvimento do presente, visitamos e experimentamos alguns recursos softwares TIs e usamos suas ferramentas simulando problemas de Análise Combinatória e probabilidade. Aos experienciarmos esses recursos TIs (tecnologias de informação), tivemos o intuito de alcançar o objetivo de realizar a experiência na função de professor e apresentá-la a outros professores e alunos. Nesse espaço, fizemos simulações e discussões na experimentação dos recursos COMBINA e GEOGEBRA, tecendo assim uma ponte entre a apresentação da experiência e a comunicação das possibilidades didáticas que esses recursos tecnológicos incubam e colaboram no contexto do ensino e da aprendizagem da Probabilidade no Ensino Médio.

Finalmente, nosso objetivo fundamental é contribuir de forma significativa com o ensino e a aprendizagem das referidas ferramentas da Estatística, com o intuito de melhorar a concepção e raciocínio matemático no entorno das ciências Análise Combinatória e Probabilidade ciência como também promover capacidades e análise crítica dos alunos do Ensino Médio para que alcancem não somente vagas em Universidades, mas também utilizem essas ferramentas estatísticas e suas tecnologias de informação colaborativas e facilitadoras no contexto da compreensão do mundo moderno como cidadãos interagentes, críticos e transformadores.

REFERÊNCIAS

BELLUZZO, R. C. B. Transformação digital e competência em informação: reflexões sob o enfoque da Agenda 2030 e dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável. **Conhecimento em Ação**, Rio de Janeiro, v. 4, n. 1, 2019.

BRASIL. **Ministério de Educação**. Brasília: MEC, 2020.

CARNEIRO; R. F. ; BRANCAGLION PASSOS, C. F. A utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas aulas de Matemática: Limites e possibilidades. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 8, n. 2, p. 101-119, 2014.

CASTILHOS. T. B. Reflexões e análises das dificuldades dos alunos e professores do Ensino Médio em Análise Combinatória e Probabilidade. **REMAT**, v. 1, n. 2, 2015.

CHIAVENATO, I. **Gestão de pessoas**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004.

COHEN, C.; SEGRE, M. **Breve Discurso sobre Valores, Moral, Eticidade e Ética**. São Paulo:[s.n], 2002.

DIAS. E. ; PINTO, F. C. F. A Educação e a Covid-19. **Ensaio: aval. pol. públ. Educ.**, Rio de Janeiro, v.28, n.108, p. 545-554, jul./set. 2020.

DOS SANTOS FERREIRA, G. M.; CASTIGLIONE, R. G. M. TIC na educação: ambientes pessoais de aprendizagem nas perspectivas e práticas de jovens. **Educ. Pesqui.**, São Paulo, v. 44, e153673, 2018.

INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA - IPEA. **Nota técnica n. 38: o uso de tecnologia da informação para o enfrentamento à Pandemia da Covid-19**. Brasília: IPEA, 2020.

LEFORT, C. **A invenção democrática: os limites do totalitarismo**. Tradução de Isabel Maria Loureiro. São Paulo: Brasiliense, 1985.

LEMONS, P. Tecno-apartheid, economia do conhecimento e educação. **Economia e Gestão das TI**, v.8, n.6, 1999.

LÉVY, Pierre. **Cibercultura**. Tradução de Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Editora 34, 2009.

LÖBLER, M. L.; VISENTINI, M. S.; KATHIANE BENEDETTI CORSO, K. B.; DAS SANTOS, D. L. Acesso e uso da Tecnologia da Informação em escolas públicas e privadas de ensino médio: o impacto nos resultados do ENEM. **Revista Eletrônica Sistemas & Gestão**, v.5, n.2, 67-84, 2010.

McLUHAN, M. **Os meios de comunicação como extensões do homem**. Tradução de Décio Pignatar. São Paulo: Cultrix, 1964.

MORA, M. Governo eletrônico e aspectos Fiscais: a experiência brasileira. Governo Federal Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão. *In: Instituto de Pesquisa Economia Aplicada*. Rio de Janeiro: IPEA, 2005.

MORE, Thomas. **Utopia**. Tradução de Robert M. Adams e Clarence H. Miller. New York: Cambridge University Press, 1995.

NAISBITT, J. **Megatrends**: ten new directions transforming our lives. New York: Warner Bross, 1982.

NAISBITT, J.; ABURDENE, P. **William Morrow and Co**. New York: [s.n],1990.

OLIVEIRA, Maria Odaísa E. de. A disseminação da informação na construção do conhecimento e na formação da cidadania. *In: XIX Congresso brasileiro de biblioteconomia e documentação*, Porto Alegre, PUCRS, 2000.

ORGANIZAÇÕES DAS NAÇÕES UNIDAS - ONU. **Agenda 2030**. [S.l]:ONU, 2016.

ORGANIZAÇÕES DAS NAÇÕES UNIDAS - ONU. [S.l]: ONU, 2019.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS PARA A EDUCAÇÃO, A CIÊNCIA E A CULTURA - UNESCO. Paris, 2020.

PEAUCELLE, J. L. **Informatique pour gestionnaires**. Paris: Vuilbert, 1976.

PITZER1, L. C.; FÁVERO, J. D. A História do Papiro de Rhind. **Revista Maiêutica, Indaial**, v. 5, n. 01, p. 79-86, 2017.

SCHWARZELMÜLLER, A. F. Inclusão digital: uma abordagem alternativa. *In: Anais do VI Encontro Nacional de Ciência da Informação*, Salvador, 2005.

TAKARASHI, T. **Sociedade da Informação no Brasil: livro verde**. Brasília: Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT), 2000.

VASCONCELOS, C. B; ROCHA, M. A. **Matemática**: análise combinatória e probabilidade. 3. ed. Fortaleza: EdUECE, 2019.

WIENER, Norbert. **Cibernética e sociedade**: o uso humano de seres humanos. São Paulo: Cultrix, 1968.

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DOS ASSUNTOS PROBABILIDADE E ANÁLISE COMBINATÓRIA NA MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

Questionário sobre o ensino e a aprendizagem dos assuntos probabilidade e análise combinatória na matemática do Ensino Médio

Professor responsável: Rogério

(Esse questionário faz parte do desenvolvimento de uma Tese de doutorado em Educação pela Universidad Del Sol. Os participantes dessa pesquisa não serão identificados. O formato desse trabalho está de acordo com as leis e regras que regem a Ética em Pesquisa no Brasil).

1-Você tem dificuldade no conteúdo de probabilidade?

(☐) SIM; (☐) NÃO

2- Você tem dificuldade no conteúdo de Análise Combinatória?

(☐) SIM; (☐) NÃO

3- As questões de genética na Biologia que envolvem probabilidade são difíceis para você solucionar?

(☐) SIM; (☐) NÃO

4- Você tem aulas práticas do assunto probabilidade?

(☐) SIM; (☐) NÃO

5-Você tem aulas práticas do assunto Análise Combinatória?

(☐) SIM; (☐) NÃO

6-Você já experienciou algum software (estilo game) que auxilia a entender conteúdos de matemática?

(☐) SIM; (☐) NÃO

7- O seu professor já fez alguma atividade lúdica (brincando e ensinando com cartas de baralho, dados, moedas) para ensinar probabilidade e análise combinatória na sala de aula?

(☐) SIM; (☐) NÃO

8- Você acha que programas de softwares ou games que ensinam a aprender matemática são bons colaboradores junto ao professor para melhorar o aprendizado dos conteúdos de matemática?

(☐) SIM; (☐) NÃO

9- Sua escola tem sala de informática?

(☐) SIM; (☐) NÃO

10- Você gostaria que o seu professor orientasse o uso de softwares que ajudam a aprender probabilidade e Análise Combinatória?

(☐) SIM; (☐) NÃO

Matemática

Em nossa sociedade, o conhecimento matemático é necessário em uma grande diversidade de situações, como apoio a outras áreas do conhecimento, como instrumento para lidar com situações da vida cotidiana ou, ainda, como forma de desenvolver habilidades de pensamento.

No ensino médio, etapa final da escolaridade básica, a Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional.

Nessa etapa da escolaridade, portanto, a Matemática vai além de seu caráter instrumental, colocando-se como ciência com características próprias de investigação e de linguagem e com papel integrador importante junto às demais Ciências da Natureza. Enquanto ciência, sua dimensão histórica e sua estreita relação com a sociedade e a cultura em diferentes épocas ampliam e aprofundam o espaço de conhecimentos não só nesta disciplina, mas nas suas inter-relações com outras áreas do saber.

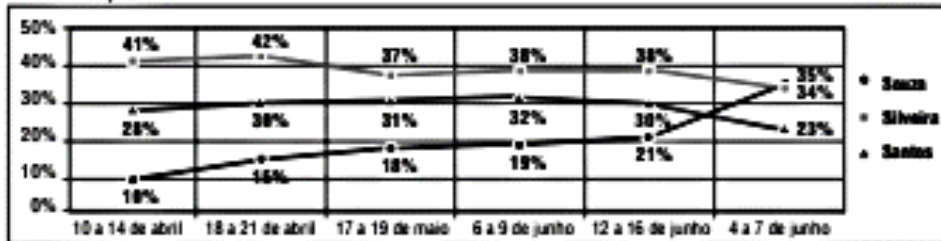
As situações e os desafios que o jovem do ensino médio terá de enfrentar no âmbito escolar, no mundo do trabalho e no exercício da cidadania fazem parte de um processo complexo, no qual as informações são apenas parte de um todo articulado, marcado pela mobilização de conhecimentos e habilidades.

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação.

Para concretizar o que significa, no âmbito do ensino de Matemática, o desenvolvimento de competências e habilidades, vamos analisar dois exemplos de problemas que podem ser apresentados nessa disciplina.

Lendo os jornais de sua cidade, você encontra o gráfico que mostra a intenção de votos para prefeito, com uma margem de erro de 2%, em diferentes momentos da campanha.

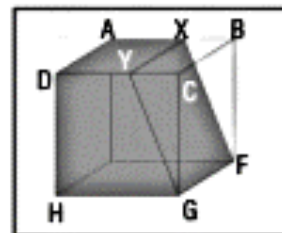
Exemplo 1



O jornal afirma que o candidato Souza é o vencedor, pois sua candidatura está em franca ascensão. Esta afirmação é confiável? Por quê?

Exemplo 2

A figura ao lado destaca o sólido que restou de um cubo de aresta a , após retirar-se dele o prisma $BCYXFG$, sendo XY paralelo a AD . Se o volume do sólido restante é $\frac{4}{7}$ do volume do cubo, ache a fração de a que expressa a medida de AX .



O que é preciso saber para enfrentar os desafios propostos nesses problemas?

Poderíamos responder que basta saber ler e possuir alguns conhecimentos simples de Matemática. Mas, será que é apenas isso?

De fato, a leitura é um primeiro passo para enfrentar qualquer uma dessas questões. Contudo, saber ler é mais que ter algum domínio da língua portuguesa. Nesse caso, é necessário também dominar códigos e nomenclaturas da linguagem matemática, compreender e interpretar desenhos e gráficos e relacioná-los à linguagem discursiva. Além disso, o aluno precisa analisar e compreender a situação por inteiro, decidir sobre a melhor estratégia para resolvê-la, tomar decisões, argumentar, se expressar e fazer registros. No primeiro exemplo, seria ainda sensato ter em conta que o crescimento nas intenções de voto pode ser contido ou revertido por novos fatos ou novas informações políticas. E, é claro, também precisa de conhecimentos específicos, como relacionar variáveis, analisar taxas de crescimento, calcular porcentagens e comparar quantidades. Algumas das situações frequentemente apresentadas aos alunos, como é o caso do segundo exemplo, uma questão proposta em um exame de vestibular, são tipicamente "disciplinares", exigem conhecimentos matemáticos específicos. Outras, como no primeiro exemplo, são mais abertas, exigem outras informações além daquelas colocadas no problema, requerem leitura cuidadosa e reflexiva e a necessidade de orquestrar, da melhor forma possível, recursos que envolvem conhecimentos, procedimentos e habilidades de diferentes naturezas. Em resumo, o que se espera é que o aluno seja competente em resolução de problemas, se não de todos, pelo menos daqueles que permitam desenvolver formas de pensar em Matemática.

A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas.

Tanto isso é verdade que sabemos do fracasso dos alunos quando propomos a análise de situações onde devem ser relacionados dados ou fatos diversos ou quando é necessária a tomada de decisão entre diferentes e possíveis caminhos de resolução. Nesse caso, percebemos que, mesmo quando possuem informações e conceitos, os alunos não os mobilizam, não os combinam eficientemente, desanimam, esperam a explicação do professor, não se permitem tentar, errar, não confiam em suas próprias formas de pensar. Na resolução de problemas, o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido.

Isso não significa que os exercícios do tipo "calcule...", "resolva..." devam ser eliminados, pois eles cumprem a função do aprendizado de técnicas e propriedades, mas de forma alguma são suficientes para preparar os alunos tanto para que possam continuar aprendendo, como para que construam visões de mundo abrangentes ou, ainda, para que se realizem no mundo social ou do trabalho.

Não se trata de separar o ensino de conteúdos específicos das competências, pelo contrário, essas são duas dimensões da aprendizagem que devem ocorrer conjuntamente.

Nessa perspectiva, não só a seleção de temas e conteúdos, como a forma de tratá-los no ensino são decisivas. A maneira como se organizam as atividades e a sala de aula, a escolha de materiais didáticos apropriados e a metodologia de ensino é que poderão permitir o trabalho simultâneo dos conteúdos e competências. Se o professor insistir em cumprir programas extensos, com conteúdos sem significado e fragmentados, transmitindo-os de uma única maneira a alunos que apenas ouvem e repetem, sem dúvida as competências estarão fora de alcance.

As competências em Matemática

A área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias elegeu três grandes competências como metas a serem perseguidas durante essa etapa da escolaridade básica e complementar do ensino fundamental para todos os brasileiros:

- representação e comunicação, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento;
- investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;
- contextualização das ciências no âmbito sócio-cultural, na forma de análise crítica das idéias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico.

No entanto, a escola que tem como objetivo preparar o aluno para um aprendizado permanente e prepará-lo para a vida precisa refletir sobre o significado dessas competências para decidir sobre quais delas trabalhar, em que disciplinas e de que forma. Ou seja, é necessário compreender a proposta, aproximando-a das ações e das possibilidades características dos afazeres escolares. Para isso, apontamos e detalhamos o sentido dessas competências no âmbito da Matemática, explicitando o que se espera do aluno em cada uma delas, com exemplos que procuram auxiliar a compreensão de como, nessa disciplina, é possível desenvolver as competências eleitas na área.

Representação e comunicação	
Na área	Em Matemática
Símbolos, códigos e nomenclaturas de ciência e tecnologia	
Reconhecer e utilizar adequadamente, na forma oral e escrita, símbolos, códigos e nomenclatura da linguagem científica.	• Reconhecer e utilizar símbolos, códigos e nomenclaturas da linguagem matemática; por exemplo, ao ler embalagens de produtos, manuais técnicos, textos de jornais ou outras comunicações, compreender o significado de dados apresentados por meio de porcentagens, escritas numéricas, potências de dez, variáveis em fórmulas. • Identificar, transformar e traduzir adequadamente valores e unidades básicas apresentados sob diferentes formas como decimais em frações ou potências de dez, litros em metros cúbicos, quilômetros em metros, ângulos em graus e radianos.
Articulação dos símbolos e códigos de ciência e tecnologia	
Ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, esquemas, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas.	• Ler e interpretar dados ou informações apresentados em diferentes linguagens e representações, como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas. • Traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra; por exemplo, transformar situações dadas em linguagem discursiva em esquemas, tabelas, gráficos, desenhos, fórmulas ou equações matemáticas e vice-versa, assim como transformar as linguagens mais específicas umas nas outras, como tabelas em gráficos ou equações. • Selecionar diferentes formas para representar um dado ou conjunto de dados e informações, reconhecendo as vantagens e limites de cada uma delas; por exemplo, escolher entre uma equação, uma tabela ou um gráfico para representar uma dada variação ao longo do tempo, como a distribuição do consumo de energia elétrica em uma residência ou a classificação de equipes em um campeonato esportivo.
Análise e interpretação de textos e outras comunicações de ciência e tecnologia	
Consultar, analisar e interpretar textos e comunicações de ciência e tecnologia veiculados em diferentes meios.	• Ler e interpretar diferentes tipos de textos com informações apresentadas em linguagem matemática, desde livros didáticos até artigos de conteúdo econômico, social ou cultural, manuais técnicos, contratos comerciais, folhetos com propostas de vendas ou com plantas de imóveis, indicações em bulas de medicamentos, artigos de jornais e revistas. • Acompanhar e analisar os noticiários e artigos relativos à ciência em diferentes meios de comunicação, como jornais, revistas e televisão, identificando o tema em questão e interpretando, com objetividade, seus significados e implicações para, dessa forma, ter independência para adquirir informações e estar a par do que se passa no mundo em que vive.
Elaboração de comunicações	
Elaborar comunicações orais ou escritas para	• Expressar-se com clareza, utilizando a linguagem matemática, elaborando textos, desenhos, gráficos, tabelas, equações, expressões e escritas numéricas –

relatar, analisar e sistematizar eventos, fenômenos, experimentos, questões, entrevistas, visitas, correspondências.	para comunicar-se via internet, jornais ou outros meios, enviando ou solicitando informações, apresentando idéias, solucionando problemas. • Produzir textos analíticos para discutir, sintetizar e sistematizar formas de pensar, fazendo uso, sempre que necessário, da linguagem matemática. Redigir resumos, justificar raciocínios, propor situações-problema, sistematizar as idéias principais sobre dado tema matemático com exemplos e comentários próprios. • Expressar-se da forma oral para comunicar idéias, aprendizagens e dificuldades de compreensão; por exemplo, explicando a solução dada a um problema, expondo dúvidas sobre um conteúdo ou procedimento, propondo e debatendo questões de interesse.
Discussão e argumentação de temas de interesse de ciência e tecnologia	
Analisar, argumentar e posicionar-se criticamente em relação a temas de ciência e tecnologia.	• Compreender e emitir juízos próprios sobre informações relativas à ciência e tecnologia, de forma analítica e crítica, posicionando-se com argumentação clara e consistente sempre que necessário, identificar corretamente o âmbito da questão e buscar fontes onde possa obter novas informações e conhecimentos. Por exemplo, ser capaz de analisar e julgar cálculos efetuados sobre dados econômicos ou sociais, propagandas de vendas a prazo, probabilidades de receber determinado prêmio em sorteios ou loterias, ou ainda apresentadas em um dado problema ou diferentes sínteses e conclusões extraídas a partir de um mesmo texto ou conjunto de informações.

Investigação e compreensão	
Na área	Em Matemática
Estratégias para enfrentamento de situações-problema	
Identificar em dada situação-problema as informações ou variáveis relevantes e elaborar possíveis estratégias para resolvê-la.	• Identificar os dados relevantes em uma dada situação-problema para buscar possíveis resoluções; por exemplo, em situações com uma diversidade de dados apresentados por meio de tabelas, gráficos, especificações técnicas, reconhecer as informações relevantes para uma dada questão que se busca resolver. • Identificar as relações envolvidas e elaborar possíveis estratégias para enfrentar uma dada situação-problema; por exemplo, para obter uma dada distância, saber optar por medi-la diretamente, utilizar uma planta em escala, usar semelhança de figuras, fazer uso de propriedades trigonométricas ou utilizar um sistema de eixos cartesianos e abordar o problema através da geometria analítica. • Frente a uma situação ou problema, reconhecer a sua natureza e situar o objeto de estudo dentro dos diferentes campos da Matemática, ou seja, decidir-se pela utilização das formas algébrica, numérica, geométrica, combinatória ou estatística. Por exemplo, para calcular distâncias ou efetuar medições em sólidos, utilizar conceitos e procedimentos de geometria e medidas, enquanto para analisar a relação entre espaço e tempo no movimento de um objeto, optar pelo recurso algébrico das funções e suas representações gráficas.

Interações, relações e funções; invariantes e transformações	
Identificar fenômenos naturais ou grandezas em dado domínio do conhecimento científico, estabelecer relações, identificar regularidades, invariantes e transformações.	• Identificar regularidades em situações semelhantes para estabelecer regras, algoritmos e propriedades; por exemplo, perceber que todas as funções do segundo grau possuem o mesmo tipo de gráfico, o que implica propriedades de sinal, crescimento e decrescimento. Da mesma forma, ao identificar a regularidade de que é constante a soma dos termos equidistantes de uma progressão aritmética finita, estender essa propriedade a toda situação envolvendo progressões aritméticas e daí deduzir a soma de seus termos. • Reconhecer a existência de invariantes ou identidades que impõem as condições a serem utilizadas para analisar e resolver situações-problema; por exemplo, estabelecer identidades ou relações como aquelas existentes entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro, os volumes de um cilindro e de um cone que tenham a mesma base e a mesma altura, a relação entre catetos e hipotenusa em qualquer triângulo retângulo; ou ainda a identidade fundamental da trigonometria. • Identificar transformações entre grandezas ou figuras para relacionar variáveis e dados, fazer quantificações, previsões e identificar desvios. As ampliações e reduções de figuras são exemplos que devem ser entendidos como transformações de uma situação inicial em outra final. • Perceber as relações e identidades entre diferentes formas de representação de um dado objeto, como as relações entre representações planas nos desenhos, mapas e telas de computador com os objetos que lhes deram origem. • Reconhecer a conservação contida em toda igualdade, congruência ou equivalência para calcular, resolver ou provar novos fatos. Por exemplo, ao resolver uma equação ou um sistema linear, compreender que as operações realizadas a cada etapa transformam a situação inicial em outra que lhe é equivalente, com as mesmas soluções.
Medidas, quantificações, grandezas e escalas	
Selecionar e utilizar instrumentos de medição e de cálculo, representar dados e utilizar escalas, fazer estimativas, elaborar hipóteses e interpretar resultados.	• Identificar e fazer uso de diferentes formas e instrumentos apropriados para efetuar medidas ou cálculos; por exemplo, discriminar o melhor instrumento para medir, comparar ou calcular comprimentos e distâncias, ângulos, volumes ocupados por líquidos, em dada situação específica. Usar adequadamente réguas, esquadros, transferidores, compassos, calculadoras e outros instrumentos ou aparelhos. • Identificar diferentes formas de quantificar dados numéricos para decidir se a resolução de um problema requer cálculo exato, aproximado, probabilístico ou análise de médias. Por exemplo, de acordo com uma dada situação, escolher número de algarismos apropriado ou fazer aproximações adequadas, optar pelo uso de fração, porcentagem, potências de dez; escolher melhor unidade para representar uma grandeza. • Fazer previsões e estimativas de ordens de grandeza, de quantidades ou intervalos esperados para os resultados de cálculos ou medições e, com isso, saber avaliar erros ou imprecisões nos dados obtidos na solução de uma dada situação-problema. • Compreender a necessidade e fazer uso apropriado de escalas; por exemplo, na construção de gráficos ou em representações de plantas e mapas.

Modelos explicativos e representativos	
Reconhecer, utilizar, interpretar e propor modelos para situações-problema, fenômenos ou sistemas naturais ou tecnológicos.	• Interpretar, fazer uso e elaborar modelos e representações matemáticas para analisar situações; por exemplo, utilizar funções ou gráficos para modelar situações envolvendo cálculos de lucro máximo ou prejuízo mínimo; utilizar ferramentas da estatística e probabilidade para compreender e avaliar as intenções de votos em uma campanha eleitoral ou, ainda, optar entre modelos algébricos ou geométricos para obter determinadas medições de sólidos.
Relações entre conhecimentos disciplinares, interdisciplinares e interáreas	
Articular, integrar e sistematizar fenômenos e teorias dentro de uma ciência, entre as várias ciências e áreas do conhecimento.	• Construir uma visão sistematizada das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre seus diferentes temas e conteúdos, para fazer uso do conhecimento de forma integrada e articulada. • Compreender a Matemática como ciência autônoma, que investiga relações, formas e eventos e desenvolve maneiras próprias de descrever e interpretar o mundo. A forma lógica dedutiva que a Geometria utiliza para interpretar as formas geométricas e deduzir propriedades dessas formas é um exemplo de como a Matemática lê e interpreta o mundo à nossa volta. • Adquirir uma compreensão do mundo da qual a Matemática é parte integrante, através dos problemas que ela consegue resolver e dos fenômenos que podem ser descritos por meio de seus modelos e representações. • Reconhecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, percebendo sua presença nos mais variados campos de estudo e da vida humana, seja nas demais ciências, como a Física, Química e Biologia, seja nas ciências humanas e sociais, como a Geografia ou a Economia, ou ainda nos mais diversos setores da sociedade, como na agricultura, na saúde, nos transportes e na moradia.

Contextualização sócio-cultural	
Na área	Em Matemática
Ciência e tecnologia na história	
Compreender o conhecimento científico e o tecnológico como resultados de uma construção humana, inseridos em um processo histórico e social.	• Compreender a construção do conhecimento matemático como um processo histórico, em estreita relação com as condições sociais, políticas e econômicas de uma determinada época, de modo a permitir a aquisição de uma visão crítica da ciência em constante construção, sem dogmatismos ou certezas definitivas. Por exemplo, o uso da geometria clássica ou da analítica para resolver um mesmo problema pode mostrar duas formas distintas de pensar e representar realidades comparáveis em momentos históricos diferentes. • Compreender o desenvolvimento histórico da

	tecnologia associada a campos diversos da Matemática, reconhecendo sua presença e implicações no mundo cotidiano, nas relações sociais de cada época, nas transformações e na criação de novas necessidades, nas condições de vida. Por exemplo, ao se perceber a origem do uso dos logaritmos ou das razões trigonométricas como resultado do avanço tecnológico do período das grandes navegações do século 16, pode-se conceber a Matemática como instrumento para a solução de problemas práticos e que se desenvolve para muito além deles, ganhando a dimensão de idéias gerais para novas aplicações fora do contexto que deu origem a elas. • Perceber o papel desempenhado pelo conhecimento matemático no desenvolvimento da tecnologia e a complexa relação entre ciência e tecnologia ao longo da história. A exigência de rapidez e complexidade dos cálculos fez com que a Matemática se desenvolvesse e, por outro lado, as pesquisas e avanços teóricos da Matemática e demais ciências permitiram o aperfeiçoamento de máquinas como o computador, que vêm tornando os cálculos cada vez mais rápidos.
Ciência e tecnologia na cultura contemporânea	
Compreender a ciência e a tecnologia como partes integrantes da cultura humana contemporânea.	• Compreender a Matemática como parte integrante da cultura contemporânea, sendo capaz de identificar sua presença nas manifestações artísticas ou literárias, teatrais ou musicais, nas construções arquitetônicas ou na publicidade. • Perceber a dimensão da Matemática e da ciência em espaços específicos de difusão e mostras culturais, como museus científicos ou tecnológicos, planetários, exposições. • Compreender formas pelas quais a Matemática influencia nossa interpretação do mundo atual, condicionando formas de pensar e interagir. Por exemplo, comparando os cálculos feitos pelas máquinas com aqueles feitos "com lápis e papel", e identificando a função, especificidades e valores de cada um desses meios na construção do conhecimento.
Ciência e tecnologia na atualidade	
Reconhecer e avaliar o desenvolvimento tecnológico contemporâneo, suas relações com as ciências, seu papel na vida humana, sua presença no mundo cotidiano e seus impactos na vida social.	• Acompanhar criticamente o desenvolvimento tecnológico contemporâneo, tomando contato com os avanços das novas tecnologias nas diferentes áreas do conhecimento para se posicionar frente às questões de nossa atualidade. Utilizar o conhecimento matemático como apoio para compreender e julgar as aplicações tecnológicas dos diferentes campos científicos. Por exemplo, o uso de satélites e radares nos rastreamentos e localizações, ou dos diferentes tipos de transmissão e detecção de informações, as formas de manipulação genética ou de obtenção e utilização de recursos naturais.
Ciência e tecnologia, ética e cidadania	
Reconhecer e avaliar o caráter ético do conhecimento científico e tecnológico e utilizar	• Compreender a responsabilidade social associada à aquisição e uso do conhecimento matemático, sentindo-se mobilizado para diferentes ações, seja em defesa de seus direitos como consumidor, dos espaços e

esse conhecimento no exercício da cidadania.	equipamentos coletivos ou da qualidade de vida. • Conhecer recursos, instrumentos e procedimentos econômicos e sociais para posicionar-se, argumentar e julgar sobre questões de interesse da comunidade, como problemas de abastecimento, educação, saúde e lazer, percebendo que podem ser muitas vezes quantificados e descritos através do instrumental da Matemática e dos procedimentos da ciência. • Promover situações que contribuam para a melhoria das condições de vida da cidade onde vive ou da preservação responsável do ambiente. Utilizar as ferramentas matemáticas para analisar situações de seu entorno real e propor soluções, por exemplo, analisando as dificuldades de transporte coletivo em seu bairro por meio de levantamento estatístico, manuais técnicos de aparelhos e equipamentos, ou a melhor forma de plantio de lavoura para subsistência de uma comunidade.
--	---

Temas estruturadores do ensino de Matemática

A proposta de Matemática dos PCNEM é que cada escola e grupo de professores proponham um trabalho pedagógico que permita o desenvolvimento das competências almejadas. Fazem parte desta elaboração diversos fatores mais diretamente ligados ao planejamento, entre eles a escolha de temas relativos ao conteúdo específico da disciplina, a análise dos recursos de ensino e dos métodos de abordagem desse conhecimento, o cuidado com os tempos de ensino e de aprendizagem e dos espaços para que isso ocorra.

Explorar conteúdos relativos aos temas números, álgebra, medidas, geometria e noções de estatística e probabilidade envolve diferentes formas do pensar em Matemática, diferentes contextos para as aplicações, bem como a existência de razões históricas que deram origem e importância a esses conhecimentos. Mas para evitar a quantidade excessiva de informações, é preciso fazer um recorte, usando alguns critérios orientadores deste processo de seleção de temas.

Um primeiro critério, básico e geral, é que os conteúdos ou temas escolhidos devem permitir ao aluno desenvolver as competências descritas no item anterior, avançando a partir do ponto em que se encontra.

Para isso, os temas selecionados devem ter relevância científica e cultural. Isso significa que, além das justificativas relativas às aplicações e à linguagem, sua importância está em seu potencial explicativo, que permite ao aluno conhecer o mundo e desenvolver sentidos estéticos e éticos em relação a fatos e questões desse mundo. Um exemplo disso pode ser visto na Geometria. A abordagem tradicional, que se restringe à métrica do cálculo de áreas e volumes de alguns sólidos, não é suficiente para explicar a estrutura de moléculas e cristais em forma de cubos e outros sólidos, nem tampouco justifica a predominância de paralelepípedos e retângulos nas construções arquitetônicas ou a predileção dos artistas pelas linhas paralelas e perpendiculares nas pinturas e esculturas. Ensinar Geometria no ensino médio deve possibilitar que essas questões afluam e possam ser discutidas e analisadas pelos alunos.

Os temas devem, ainda, permitir uma articulação lógica entre diferentes idéias e conceitos para garantir maior significação para a aprendizagem, possibilitar ao aluno o estabelecimento de relações de forma consciente no sentido de caminhar em direção às competências da área e, até mesmo, tornar mais eficaz a utilização do tempo disponível.

É importante evitar detalhamentos ou nomenclaturas excessivos. Por exemplo, se o único caso de funções inversas que os alunos verão no ensino médio forem as funções exponencial e logaritmo, não há necessidade de todo o estudo sobre funções injetoras, sobrejetoras e inversíveis, assim como se o foco do estudo estiver na análise de gráficos e nas aplicações da função logarítmica, podemos questionar por que estudar cologarítmos, característica e mantissa.

Ao selecionar um tema, a forma de trabalho deve ser pensada de modo integrado à sua escolha, evitando repetir o modelo curricular das listas de assuntos enfileirados. As escolhas que serão feitas devem ter no horizonte o aluno de cada escola, daí a necessidade de um olhar cuidadoso para esses jovens, indivíduos cognitivos, afetivos e sociais, que possuem projetos de vida, histórias pessoais e escolares. A aprendizagem não se dá com o indivíduo isolado, sem possibilidade de interagir com seus colegas e com o professor, mas em uma vivência coletiva de modo a explicitar para si e para os outros o que pensa e as dificuldades que enfrenta. Alunos que não falam sobre matemática e não têm a oportunidade de produzir seus próprios textos nessa linguagem dificilmente serão autônomos para se comunicarem nessa área.

Um conjunto de temas que possibilitam o desenvolvimento das competências almejadas com relevância científica e cultural e com uma articulação lógica das idéias e conteúdos matemáticos pode ser sistematizado nos três seguintes eixos ou temas estruturadores, desenvolvidos de forma concomitante nas três séries do ensino médio:

1. Álgebra: números e funções
2. Geometria e medidas
3. Análise de dados

Cada tema estruturador é um campo de interesse com organização própria em termos de linguagens, conceitos, procedimentos e, especialmente, objetos de estudo. Apesar da unidade característica de cada tema estruturador, para organizar o planejamento do ensino cada um deles foi dividido em unidades temáticas que, por sua vez, são parcelas autônomas de conhecimentos específicos que podem ser organizadas dentro do projeto pedagógico de cada professor ou escola, em função das características de seus alunos e dos tempos e espaços para sua realização.

É importante ressaltar que esta é uma escolha possível e compatível com a proposta dos PCNEM, que contempla os critérios apontados e que não reproduz o modelo curricular de “listas de assuntos”, mas não é necessariamente a única.

Tema 1. Álgebra: números e funções

O primeiro tema ou eixo estruturador, Álgebra, na vivência cotidiana se apresenta com enorme importância enquanto linguagem, como na variedade de gráficos presentes diariamente nos noticiários e jornais, e também enquanto instrumento de cálculos de natureza financeira e prática, em geral. No ensino médio, esse tema trata de números e variáveis em conjuntos infinitos e quase sempre contínuos, no sentido de serem completos. Os objetos de estudo são os campos numéricos dos números reais e, eventualmente, os números complexos e as funções e equações de variáveis ou incógnitas reais. Para o desenvolvimento desse eixo, são propostas duas unidades temáticas: **variação de grandezas e trigonometria**.

Os procedimentos básicos desse tema se referem a calcular, resolver, identificar variáveis, traçar e interpretar gráficos e resolver equações de acordo com as propriedades das

operações no conjunto dos números reais e as operações válidas para o cálculo algébrico. Esse tema possui fortemente o caráter de linguagem com seus códigos (números e letras) e regras (as propriedades das operações), formando os termos desta linguagem que são as expressões que, por sua vez, compõem as igualdades e desigualdades.

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções.

Tradicionalmente o ensino de funções estabelece como pré-requisito o estudo dos números reais e de conjuntos e suas operações, para depois definir relações e a partir daí identificar as funções como particulares relações. Todo esse percurso é, então, abandonado assim que a definição de função é estabelecida, pois para a análise dos diferentes tipos de funções todo o estudo relativo a conjuntos e relações é desnecessário. Assim, o ensino pode ser iniciado diretamente pela noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, o que permite o estudo a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente. Toda a linguagem excessivamente formal que cerca esse tema deve ser relativizada e em parte deixada de lado, juntamente com os estudos sobre funções injetoras, sobrejetoras, compostas e modulares.

Os problemas de aplicação não devem ser deixados para o final desse estudo, mas devem ser motivo e contextos para o aluno aprender funções. A riqueza de situações envolvendo funções permite que o ensino se estruture permeado de exemplos do cotidiano, das formas gráficas que a mídia e outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas. O ensino, ao deter-se no estudo de casos especiais de funções, não deve descuidar de mostrar que o que está sendo aprendido permite um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas. As funções exponencial e logarítmica, por exemplo, são usadas para descrever a variação de duas grandezas em que o crescimento da variável independente é muito rápido, sendo aplicada em áreas do conhecimento como matemática financeira, crescimento de populações, intensidade sonora, pH de substâncias e outras. A resolução de equações logarítmicas e exponenciais e o estudo das propriedades de características e mantissas podem ter sua ênfase diminuída e, até mesmo, podem ser suprimidas.

Com relação às seqüências, é preciso garantir uma abordagem conectada à idéia de função, na qual as relações com diferentes funções possam ser analisadas. O estudo da progressão geométrica infinita com razão positiva e menor que 1 oferece talvez a única oportunidade de o aluno estender o conceito de soma para um número infinito de parcelas, ampliando sua compreensão sobre a adição e tendo a oportunidade de se defrontar com as idéias de convergência e de infinito. Essas idéias foram e são essenciais para o desenvolvimento da ciência, especialmente porque permitem explorar regularidades.

O ensino desta unidade deve se ater à lei de formação dessas seqüências e a mostrar aos alunos quais propriedades decorrem delas. Associar às seqüências seus gráficos e relacionar os conceitos de seqüência crescente ou decrescente aos correspondentes gráficos permite ao aluno compreender melhor as idéias envolvidas, ao mesmo tempo que dá a ele a possibilidade de acompanhar o comportamento de uma seqüência sem precisar decorar informações.

Apesar de sua importância, tradicionalmente a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das

identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Dessa forma, o estudo deve se ater às funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas. Outro aspecto importante do estudo deste tema é o fato desse conhecimento ter sido responsável pelo avanço tecnológico em diferentes épocas, como é o caso do período das navegações ou, atualmente, na agrimensura, o que permite aos alunos perceberem o conhecimento matemático como forma de resolver problemas que os homens se propuseram e continuam se propondo.

Ainda neste tema, é possível alargar e aprofundar o conhecimento dos alunos sobre **números e operações**, mas não isoladamente dos outros conceitos, isto é, pode-se tratar os números decimais e fracionários, mas mantendo de perto a relação estreita com problemas que envolvem medições, cálculos aproximados, porcentagens, assim como os números irracionais devem se ligar ao trabalho com geometria e medidas. É ainda importante para o aluno, nessa etapa de sua formação, o desenvolvimento da capacidade de estimativa da ordem de grandeza de resultados de cálculo ou medições e da capacidade de tratar com valores numéricos exatos ou aproximados de acordo com a situação e o instrumental disponível.

Tradicionalmente, a Matemática do ensino médio trata da ampliação do conjunto numérico, introduzindo os números complexos. Como esse tema isolado da resolução de equações perde seu sentido para os que não continuarão seus estudos na área, ele pode ser tratado na parte flexível do currículo das escolas.

Com relação à álgebra, há ainda o estudo de **equações polinomiais** e de **sistemas lineares**. Esses dois conteúdos devem receber um tratamento que enfatize sua importância cultural, isto é, estender os conhecimentos que os alunos possuem sobre a resolução de equações de primeiro e segundo graus e sobre a resolução de sistemas de duas equações e duas incógnitas para sistemas lineares 3 por 3, aplicando esse estudo à resolução de problemas simples de outras áreas do conhecimento. Uma abordagem mais qualitativa e profunda deve ser feita dentro da parte flexível do currículo, como opção específica de cada escola.

Resumidamente, em relação às competências a serem desenvolvidas pela Matemática, a abordagem proposta para esse tema permite ao aluno usar e interpretar modelos, perceber o sentido de transformações, buscar regularidades, conhecer o desenvolvimento histórico e tecnológico de parte de nossa cultura e adquirir uma visão sistematizada de parte do conhecimento matemático.

Os conteúdos e habilidades propostos para as unidades temáticas a serem desenvolvidas nesse tema seriam:

Unidades temáticas

1. Variação de grandezas: noção de função; funções analíticas e não-analíticas; representação e análise gráfica; sequências numéricas: progressões e noção de infinito; variações exponenciais ou logarítmicas; funções seno, cosseno e tangente; taxa de variação de grandezas.

- Reconhecer e utilizar a linguagem algébrica nas ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos

descritivos de fenômenos e fazendo conexões dentro e fora da Matemática.

- Compreender o conceito de função, associando-o a exemplos da vida cotidiana.
- Associar diferentes funções a seus gráficos correspondentes.
- Ler e interpretar diferentes linguagens e representações envolvendo variações de grandezas.
- Identificar regularidades em expressões matemáticas e estabelecer relações entre variáveis.

2. Trigonometria: do triângulo retângulo; do triângulo qualquer; da primeira volta.

- Utilizar e interpretar modelos para resolução de situações-problema que envolvam medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos.
- Compreender o conhecimento científico e tecnológico como resultado de uma construção humana em um processo histórico e social, reconhecendo o uso de relações trigonométricas em diferentes épocas e contextos sociais.

Tema 2. Geometria e medidas

A Geometria, ostensivamente presente nas formas naturais e construídas, é essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços. No ensino médio, trata das formas planas e tridimensionais e suas representações em desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto. Para o desenvolvimento desse tema, são propostas quatro unidades temáticas: **geometrias plana, espacial, métrica e analítica**.

As propriedades de que a Geometria trata são de dois tipos: associadas à posição relativa das formas e associadas às medidas. Isso dá origem a duas maneiras diferentes de pensar em Geometria, a primeira delas marcada pela identificação de propriedades relativas a paralelismo, perpendicularismo, interseção e composição de diferentes formas e a segunda, que tem como foco quantificar comprimentos, áreas e volumes.

Usar as formas geométricas para representar ou visualizar partes do mundo real é uma capacidade importante para a compreensão e construção de modelos para resolução de questões da Matemática e de outras disciplinas. Como parte integrante deste tema, o aluno poderá desenvolver habilidades de visualização, de desenho, de argumentação lógica e de aplicação na busca de solução para problemas.

Parte do trabalho com Geometria está estritamente ligada às medidas que fazem a ponte entre o estudo das formas geométricas e os números que quantificam determinadas grandezas. No entanto, o ensino das propriedades métricas envolvendo cálculos de distâncias, áreas e volumes é apenas uma parte do trabalho a ser desenvolvido que não pode ignorar as relações geométricas em si.

Para desenvolver esse raciocínio de forma mais completa, o ensino de Geometria na escola média deve contemplar também o estudo de propriedades de posições relativas de objetos geométricos; relações entre figuras espaciais e planas em sólidos geométricos; propriedades de congruência e semelhança de figuras planas e espaciais; análise de diferentes representações das figuras planas e espaciais, tais como desenho, planificações e construções com instrumentos.

O ensino de Geometria no ensino fundamental está estruturado para propiciar uma primeira reflexão dos alunos através da experimentação e de deduções informais sobre as propriedades relativas a lados, ângulos e diagonais de polígonos, bem como o estudo

Tema 3. Análise de dados

A análise de dados tem sido essencial em problemas sociais e econômicos, como nas estatísticas relacionadas a saúde, populações, transportes, orçamentos e questões de mercado. Propõe-se que constitua o terceiro eixo ou tema estruturador do ensino, e tem como objetos de estudo os conjuntos finitos de dados, que podem ser numéricos ou informações qualitativas, o que dá origem a procedimentos bem distintos daqueles dos demais temas, pela maneira como são feitas as quantificações, usando-se processos de contagem combinatórios, frequências e medidas estatísticas e probabilidades. Este tema pode ser organizado em três unidades temáticas: Estatística, Contagem e Probabilidade.

Uma das grandes competências propostas pelos PCNEM diz respeito à contextualização sócio-cultural como forma de aproximar o aluno da realidade e fazê-lo vivenciar situações próximas que lhe permitam reconhecer a diversidade que o cerca e reconhecer-se como indivíduo capaz de ler e atuar nesta realidade.

A Matemática do ensino médio pode ser determinante para a leitura das informações que circulam na mídia e em outras áreas do conhecimento na forma de tabelas, gráficos e informações de caráter estatístico. Contudo, espera-se do aluno nessa fase da escolaridade que ultrapasse a leitura de informações e reflita mais criticamente sobre seus significados. Assim, o tema proposto deve ir além da simples descrição e representação de dados, atingindo a investigação sobre esses dados e a tomada de decisões.

A Estatística e a Probabilidade devem ser vistas, então, como um conjunto de idéias e procedimentos que permitem aplicar a Matemática em questões do mundo real, mais especialmente aquelas provenientes de outras áreas. Devem ser vistas também como formas de a Matemática quantificar e interpretar conjuntos de dados ou informações que não podem ser quantificados direta ou exatamente. Cabe à Estatística, por exemplo, analisar a intenção de voto em uma eleição ou o possível êxito do lançamento de um produto no mercado, antes da eleição em si e da fabricação do produto. Isso é feito através da pesquisa estatística, que envolve amostras, levantamento de dados e análise das informações obtidas.

Da mesma forma, a Probabilidade acena com resultados possíveis, mas não exatos. Ao afirmar que o resultado 1 tem $1/6$ de probabilidade no lançamento de um dado, não há certeza de que em seis lançamentos do dado o número 1 sairá exatamente uma vez. Assim como ao afirmarmos que determinado tratamento médico tem 90% de probabilidade de cura para uma doença, não garante que em um grupo de 10 pessoas submetidas a este tratamento exatamente uma pessoa continuará doente.

Estatística e Probabilidade lidam com dados e informações em conjuntos finitos e utilizam procedimentos que permitem controlar com certa segurança a incerteza e mobilidade desses dados. Por isso, a Contagem ou análise combinatória é apenas parte instrumental desse tema.

A Contagem, ao mesmo tempo que possibilita uma abordagem mais completa da probabilidade por si só, permite também o desenvolvimento de uma nova forma de pensar em Matemática denominada raciocínio combinatório. Ou seja, decidir sobre a forma mais adequada de organizar números ou informações para poder contar os casos possíveis não deve ser aprendido como uma lista de fórmulas, mas como um processo que exige a construção de um modelo simplificado e explicativo da situação.

As fórmulas devem ser consequência do raciocínio combinatório desenvolvido frente

à resolução de problemas diversos e devem ter a função de simplificar cálculos quando a quantidade de dados é muito grande. Esses conteúdos devem ter maior espaço e empenho de trabalho no ensino médio, mantendo de perto a perspectiva da resolução de problemas aplicados para se evitar a teorização excessiva e estéril. Espera-se que assim o aluno possa se orientar frente a informações de natureza estatística ou probabilística.

Nesse contexto, as calculadoras e o computador ganham importância como instrumentos que permitem a abordagem de problemas com dados reais ao mesmo tempo que o aluno pode ter a oportunidade de se familiarizar com as máquinas e os softwares.

Este tema estruturador permite o desenvolvimento de várias competências relativas à contextualização sócio-cultural, como a análise de situações reais presentes no mundo contemporâneo e a articulação de diferentes áreas do conhecimento. Contribui também para a compreensão e o uso de representações gráficas, identificação de regularidades, interpretação e uso de modelos matemáticos e conhecimento de formas específicas de raciocinar em Matemática.

Os conteúdos e habilidades propostos para as unidades temáticas a serem desenvolvidas nesse tema seriam:

Unidades temáticas

1. Estatística: descrição de dados; representações gráficas; análise de dados: médias, moda e mediana, variância e desvio padrão.

- Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata.
- Ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação.
- Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas.
- Compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios.

2. Contagem: princípio multiplicativo; problemas de contagem.

- Decidir sobre a forma mais adequada de organizar números e informações com o objetivo de simplificar cálculos em situações reais envolvendo grande quantidade de dados ou de eventos.
- Identificar regularidades para estabelecer regras e propriedades em processos nos quais se fazem necessários os processos de contagem.
- Identificar dados e relações envolvidas numa situação-problema que envolva o raciocínio combinatório, utilizando os processos de contagem.

3. Probabilidade: possibilidades; cálculo de probabilidades.

- Reconhecer o caráter aleatório de fenômenos e eventos naturais, científico-tecnológicos ou sociais, compreendendo o significado e a importância da probabilidade como meio de prever resultados.
- Quantificar e fazer previsões em situações aplicadas a diferentes áreas do conhecimento e da vida cotidiana que envolvam o pensamento probabilístico.

- Identificar em diferentes áreas científicas e outras atividades práticas modelos e problemas que fazem uso de estatísticas e probabilidades.

Organização do trabalho escolar

A escolha de uma forma e sequência de distribuição dos temas nas três séries do ensino médio traz em si um projeto de formação dos alunos. Por exemplo, em todas as disciplinas da área, os temas de estudo da primeira série deveriam tratar do entorno das informações que cercam os alunos, numa visão contextualizada, colocando-os em contato com as primeiras idéias e procedimentos básicos para ler e interpretar situações simples. Na segunda série, já poderia haver uma mudança significativa no sentido de que cada disciplina mostrasse sua dimensão enquanto Ciência, com suas formas características de pensar e modelar fatos e fenômenos. A terceira série ampliaria os aprendizados das séries anteriores com temas mais abrangentes que permitissem ao aluno observar e utilizar um grande número de informações e procedimentos, aprofundando sua compreensão sobre o que significa pensar em Matemática e utilizar os conhecimentos adquiridos para análise e intervenção na realidade. Uma organização dos temas e suas unidades que corresponderia a essa visão, em uma situação de 4 aulas semanais, trabalhando concomitantemente os três temas estruturadores, é proposta no quadro abaixo:

1ª série	2ª série	3ª série
1. Noção de função: funções analíticas e não-analíticas; análise gráfica; sequências numéricas; função exponencial ou logarítmica. 1. Trigonometria do triângulo retângulo.	1. Funções seno, cosseno e tangente. 1. Trigonometria do triângulo qualquer e da primeira volta.	1. Taxas de variação de grandezas.
2. Geometria plana: semelhança e congruência; representações de figuras.	2. Geometria espacial: poliedros; sólidos redondos; propriedades relativas à posição; inscrição e circunscção de sólidos. 2. Métrica: áreas e volumes; estimativas.	2. Geometria analítica: representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras.
3. Estatística: descrição de dados; representações gráficas.	3. Estatística: análise de dados. 3. Contagem.	3. Probabilidade.

Essa distribuição dos temas pode variar em função do número de aulas e do projeto da escola para aprofundamento de temas ou inclusão de outros. No entanto, dada a necessidade de parte do instrumental matemático como linguagem para as demais disciplinas da área, os temas para a primeira série dificilmente serão muito distintos dos que foram propostos.

Se o número de aulas semanais for inferior a quatro, o professor deve elaborar seu planejamento tendo como foco as idéias centrais de cada tema. No primeiro tema, a ênfase deve estar no conceito de função e em seu uso para modelar situações contextualizadas e na interpretação de gráficos; em trigonometria é possível deter-se na resolução de problemas que usem as razões trigonométricas para cálculo de distâncias. No segundo tema, deve-se garantir a compreensão da Matemática como ciência, com sua forma específica de validar fatos e evitar o excesso de cálculos de áreas e volumes. No terceiro tema, a estatística descritiva e as medidas de tendência central bastam para analisar a maioria dos gráficos e tabelas veiculados pela mídia; além disso, o aluno deve entender o conceito de probabilidade e suas aplicações mais simples.

Estratégias para a ação

A seleção dos conteúdos organizados em temas ou de outra forma é apenas uma primeira decisão de caráter pedagógico. É preciso também cuidar de outros aspectos didático-pedagógicos, tendo em vista que a proposta é a de articular conteúdos e competências e a forma de trabalho é determinante para que muitas das competências almejadas possam se desenvolver.

Para alcançar os objetivos estabelecidos de promover as competências gerais e o conhecimento de Matemática, a proposta dos PCNEM privilegia o tratamento de situações-problema, preferencialmente tomadas em contexto real. A **resolução de problemas** é a perspectiva metodológica escolhida nesta proposta e deve ser entendida como a postura de investigação frente a qualquer situação ou fato que possa ser questionado.

A seleção das atividades a serem propostas deve garantir espaço para a diversidade de opiniões, de ritmos de aprendizagem e outras diferenças pessoais. O aspecto desafiador das atividades deve estar presente todo o tempo, permitindo o engajamento e a continuidade desses alunos no processo de aprender. Nesse sentido, a postura do professor de problematizar e permitir que os alunos pensem por si mesmos, errando e persistindo, é determinante para o desenvolvimento das competências juntamente com a aprendizagem dos conteúdos específicos.

Um importante recurso para o desenvolvimento das competências é o **trabalho em grupo**. Apesar de rejeitado por muitos, sob alegação de que os alunos fazem muito barulho e não sabem trabalhar coletivamente, essa modalidade de trabalho é valiosa para várias das competências que se deseja desenvolver.

Outro aspecto que se deve enfatizar é a **importância da comunicação** em Matemática, por ser uma competência valiosa como relato, registro e expressão.

Nas aulas de Matemática, a comunicação, e conseqüentemente o desenvolvimento das competências relacionadas à representação e comunicação, pode se realizar por meio de propostas de elaboração pelos alunos de textos diversos, como relatórios sobre atividades ou projetos, relatos de conclusões sobre um conceito ou processo, sínteses sobre o que o aluno ou a classe aprendeu durante um certo período de tempo ou sobre um determinado tema. Inicialmente, cabe ao professor orientar roteiros para a elaboração destes textos, organizando com os alunos o que se espera que o texto comunique a seus leitores, e a melhor forma de fazer isso é construir com os alunos um índice para o texto. Com o tempo, os alunos ganham autonomia para estruturar cada texto com suas características próprias.

A comunicação oral tem como instrumento para seu desenvolvimento o trabalho de grupo

ou duplas, quando os alunos, além de aprenderem uns com os outros, precisam organizar o que sabem para se fazerem entender e, para isso, usam a linguagem que está sendo aprendida.

Outro elemento importante da comunicação é a multiplicidade de formas textuais a que os alunos devem ser expostos. Gráficos, tabelas, esquemas, desenhos, fórmulas, textos jornalísticos, manuais técnicos, rótulos de embalagens, mapas são, na escola e fora dela, as diferentes linguagens e representações que o aluno deve compreender para argumentar e se posicionar frente a novas informações.

Ao se escolher a forma com a qual se vai trabalhar, deve-se reconhecer que os alunos precisam de tempo para desenvolver os conceitos relativos aos temas selecionados e, ainda, para desenvolver a capacidade de acompanhar encadeamentos lógicos de raciocínio e comunicar-se matematicamente; por isso é essencial o contato repetido com as diferentes idéias, em diferentes contextos, ao longo do ano e de ano para ano. Dessa forma a escolha dos conteúdos e atividades deve ser coerente com o tempo disponível de trabalho, evitando atropelos ou ociosidade na sala de aula.

É importante uma preocupação consciente e explícita para atender adequadamente todos os alunos de uma classe heterogênea, propondo o trabalho diversificado na sala de aula e o trabalho coletivo dos diversos professores de um mesmo aluno. O trabalho diversificado pressupõe o reconhecimento de que a situação normal em uma sala de aula é a diferença de ritmo, de motivação e de formação, e de que queremos respeitar o direito de todos de acesso ao conhecimento. Finalmente, é importante lembrar que o desafio de fazer com que todos aprendam não é tarefa para um só professor, mas pressupõe o trabalho coletivo dos diferentes professores desses alunos e do envolvimento da escola em um projeto pedagógico comum. A Matemática tem papel relevante nessa ação coletiva porque frequentemente ela é mitificada por sua pretensa dificuldade. É importante deixar claro que todos podem aprendê-la.

Outra importante forma de trabalho é o desenvolvimento de projetos. Apesar de um projeto na escola poder ser inter ou transdisciplinar, vamos dar um exemplo que pode ser utilizado na Matemática, mas que a transcende, podendo se estender a outras disciplinas:

A proposta tem como objetivo iniciar o trabalho com Matemática na 1ª série através do levantamento do perfil de seus alunos. Esse perfil auxiliará os demais professores da série na construção de seus projetos pedagógicos. Para isso, o professor deve propor aos alunos o que deseja e buscar com eles, numa primeira negociação, seu engajamento na tarefa, questionando o que significa descrever o perfil dos alunos da classe e sua importância, não só para que seus professores os conheçam e possam aproximar seus planos de trabalho das suas histórias, expectativas e interesses, como para que eles próprios também se conheçam mais, ampliando seus espaços de interação e trocas.

Muito provavelmente, nessa primeira conversa, os alunos darão indícios sobre o que os motiva, seus sonhos e expectativas em relação ao ensino médio. O professor pode ampliar essa discussão incluindo aspectos que podem interessar à comunidade da escola, como por exemplo: quais alunos trabalham? Em que profissões? Que profissões buscam alcançar depois do ensino médio? O que fazem como lazer? Que esportes praticam ou acompanham de perto? O que suas famílias esperam deles? Como tem sido sua relação com a Matemática? o que gostam de ler? E outras questões que eventualmente não tenham surgido dos próprios alunos e que o professor considere relevantes para conhecê-los e a realidade em que vivem.

De posse da lista de informações, é possível o estabelecimento de um primeiro índice de trabalho, com as ações a serem desenvolvidas e a designação das pessoas responsáveis por elas. Esse índice deve prever o produto final do projeto que, na medida do possível, deve ser concebido pelos próprios alunos. É possível propor, segundo as condições da escola, a

elaboração de murais, relatórios ou jornal com os dados de suas pesquisas como forma de apresentação do resultado do trabalho desenvolvido.

O levantamento das informações provavelmente incluirá entrevistas e tabulação das respostas e para isso os alunos já poderão utilizar tabelas e gráficos, forma já conhecida por eles através da mídia e órgãos de pesquisa na divulgação de levantamentos e análise de dados. Nesse ponto do trabalho, cabe ao professor organizar as atividades para que os alunos aprendam a ler, interpretar e produzir seus gráficos, decidindo sobre qual a melhor forma de representação para cada tipo de informação. Aqui pode ser necessária a intervenção do professor no sentido de resolver eventuais dificuldades dos alunos com conceitos ou procedimentos matemáticos. A cada etapa do processo, o índice inicial do trabalho pode ser revisto, ampliado ou ainda reduzido, e para isso é necessária a avaliação do professor e dos alunos sobre o caminho percorrido e a aproximação aos objetivos traçados. Ao final, elaboradas e divulgadas as produções dos alunos, é importante que eles possam interpretar os resultados de suas pesquisas e avaliar as consequências e usos das informações obtidas.

Finalmente, outro aspecto a destacar é a avaliação do ensino e da aprendizagem, também com aspectos gerais, válidos a todas as disciplinas, e outros que podem se aplicar mais especificamente à Matemática.

Numa proposta que toma como perspectiva metodológica a Resolução de Problemas, que articula suas ações e conteúdos em torno de temas estruturadores e prevê que tão importantes quanto os conteúdos são as competências que os alunos devem desenvolver, ganham importância o cuidado com a obtenção de informações, a avaliação em diferentes contextos, o registro e a análise das informações obtidas.

Por isso é importante analisarmos a escolha dos registros que o professor e seus alunos devem manter para acompanhar esse movimento. Ao professor são oferecidas incessantemente muitas oportunidades de observação e avaliação no desenrolar de seu trabalho com os alunos. Muitas vezes, usamos as informações, mas não mantemos nenhum registro delas, outras vezes recolhemos informações que já possuíamos de que não necessitamos ou das quais nunca faremos uso. Pontuar, registrar e relatar são procedimentos comuns numa avaliação que se integra ao ensino.

Uma vez estabelecidos acordos entre professor e alunos sobre os objetivos gerais e específicos do trabalho, é possível definir aspectos a serem avaliados conjuntamente a cada etapa do ensino. Um exemplo disso seria a forma de avaliar os alunos ao final do projeto proposto anteriormente sobre o perfil dos alunos da classe. Tendo em mãos todas as anotações sobre atividades e as produções dos alunos, o que o professor pode registrar sobre esse percurso de cada um deles? O que ele tem a dizer sobre a posição em que cada aluno se encontra em relação aos objetivos estabelecidos para esse projeto:

- identificar os dados relevantes entre as informações obtidas;
- identificar diferentes formas de quantificar dados numéricos;
- seleccionar diferentes formas para representar um dado ou conjunto de dados e informações, reconhecendo as vantagens e limites de cada uma delas;
- traduzir uma situação dada em determinada linguagem em outra;
- ler e compreender diferentes tipos de textos com informações em linguagem matemática;
- ler e interpretar dados ou informações apresentados em tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas;
- identificar as relações entre os dados obtidos e as suas regularidades;
- extrair e sistematizar as principais conclusões e identificar problemas a serem enfrentados;
- elaborar possíveis estratégias para enfrentar os problemas levantados, buscando, se

necessário, novas informações e conhecimentos.

Além disso, em relação a esse projeto, é possível avaliar como o aluno se encontra em relação às competências de natureza geral como:

- expressar-se com clareza, utilizando a linguagem matemática;
- produzir textos analíticos, fazendo uso da linguagem matemática;
- compreender e emitir juízos próprios de forma analítica e crítica, posicionando-se com argumentação clara e consistente;
- compreender a Matemática como parte integrante da cultura contemporânea;
- compreender formas pelas quais a Matemática influencia nossa interpretação do mundo atual.

Deve ficar claro que não se trata de colocar sim ou não ao lado de cada aspecto a ser avaliado, mas descrever o alcance do aluno ou grupo de alunos em cada um desses objetivos. Dessa forma, será possível perceber que aspectos devem ser reforçados no ensino, os conteúdos e competências a serem privilegiados, os pontos da aprendizagem matemática em que se pode avançar.

Apesar de considerarmos que a observação e os registros são as formas mais adequadas para avaliar o caminhar do ensino e da aprendizagem, outros instrumentos podem se aliar a esse trabalho, inclusive a tradicional prova. Mas para isso é importante que o professor saiba das limitações desse instrumento e da importância de sua elaboração. Em Matemática, a prova em geral tem a forma de questões ou problemas, bem formulados e relacionados a conjuntos de temas do conteúdo específico.

Apesar das limitações que esse instrumento de avaliação possui, é possível se pensar a forma de utilizar a prova de modo a ampliar seu alcance, transformando-a também em momento de aprendizagem, especialmente em relação ao desenvolvimento das competências de leitura, interpretação e produção de textos pelos alunos, ou ainda da argumentação e posicionamento crítico frente às produções de seus colegas. Alguns exemplos disso são as provas com questões elaboradas pelos alunos a partir da orientação do professor. Outra opção é a prova com consulta, seja ao livro texto ou a anotações que o próprio aluno deve elaborar antes da prova. Essas anotações também podem ser construídas com o auxílio do professor que orienta o aluno a estudar, destacando as idéias centrais que devem estar nas anotações e o incentivo a que o aluno inclua exemplos, esquemas ou ilustrações a seus apontamentos. Provas realizadas em grupos ou duplas são outras possibilidades de trabalho.

Conclusão

Para encerrar, é importante lembrar que o projeto pedagógico escolhido pelo professor deve ter como alvo o desenvolvimento das competências eleitas pela área e que os temas de trabalho se articulam entre si por meio delas. Competências como a da comunicação oral e aquelas relativas à contextualização sócio-cultural dependem da forma como se desenvolverá o trabalho. Se aos alunos não forem apresentadas propostas de análise de situações em contextos sociais ou culturais, ou se lhes for negada a oportunidade de falar e se posicionar, essas competências dificilmente serão desenvolvidas pelo projeto pedagógico da escola.

Assim, os temas específicos não são suficientes para o desenvolvimento de todas as competências pretendidas, mas a cuidadosa articulação entre conteúdo e forma pode organizar o ensino para que ele se aperfeiçoe e constitua de fato uma proposta de formação dos jovens do ensino médio.